



รวมข้อสอบ

คณิตศาสตร์

โควตา มหาวิทยาลัยเชียงใหม่



เหมาะสำหรับนักเรียนชั้น **ม.4-5-6**
เพื่อเตรียมสอบโควตา **ม.เชียงใหม่**
และใช้เตรียมตัวลุยในสนามสอบ
ที่ใช้คณิตศาสตร์เป็นคะแนนตัดสินชีวิต
ถึง **PAT 1, O-NET ม.6**
และ **9 วิชาสามัญคณิตศาสตร์**

สารบัญ

ชุดที่ 1	ข้อสอบโควตามหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ปีการศึกษา 2549	1
ชุดที่ 2	ข้อสอบโควตามหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ปีการศึกษา 2550	23
ชุดที่ 3	ข้อสอบโควตามหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ปีการศึกษา 2551	47
ชุดที่ 4	ข้อสอบโควตามหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ปีการศึกษา 2552	73
ชุดที่ 5	ข้อสอบโควตามหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ปีการศึกษา 2553	95
ชุดที่ 6	ข้อสอบโควตามหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ปีการศึกษา 2554	115
ชุดที่ 7	ข้อสอบโควตามหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ปีการศึกษา 2555	135
ชุดที่ 8	ข้อสอบโควตามหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ปีการศึกษา 2556	155

สารบัญ

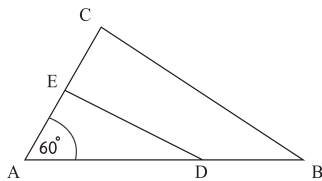
ชุดที่ 9 ข้อสอบโควตามหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ปีการศึกษา 2557	181
ชุดที่ 10 ข้อสอบโควตามหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ปีการศึกษา 2558	209
ชุดที่ 11 ข้อสอบโควตามหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ปีการศึกษา 2559	233

ชุดที่ 1

ข้อสอบโควตา มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ปีการศึกษา 2549

ตอนที่ 1 (มี 10 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน)

- 1) ให้ $T = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนนับ และมี } y \text{ เป็นจำนวนนับที่ทำให้ } \frac{1}{(x-20)(y-1)} < 0\}$
จงหาผลบวกของสมาชิกของ T
- 2) วงรีรูปหนึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิดและแกนเอกอยู่บนแกน Y ความยาวแกนโทเท่ากับ 6 และความเยื้องศูนย์กลางเท่ากับ 0.8 จงหาความชัน $m > 0$ ของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดโฟกัสหนึ่งของวงรีกับจุดศูนย์กลางของไฮเพอร์โบลา $2x^2 - y^2 - 8x + 2y + 5 = 0$
- 3) จงหา x ที่สอดคล้องกับสมการ $\frac{x-1}{x} + \frac{x-3}{x} + \frac{x-5}{x} + \dots + \frac{1}{x} = 4$
- 4) จงหาอัตราส่วนร่วม r ของอนุกรมเรขาคณิตที่เป็นอนุกรมคอนเวอร์เจนต์ ที่ทำให้พจน์ที่ n เป็นสามเท่าของผลบวกของอนุกรมตั้งแต่พจน์ถัดไป
- 5) ให้ x เป็นจำนวนเต็มบวกซึ่งเมื่อเขียน x ในรูปตัวเลขฐาน 5 แล้วจะได้ $x = (1234)_5$ จงหาเศษเหลือเมื่อหาร $4x$ ด้วย 11
- 6) ถ้า a เป็นจำนวนตรรกยะที่ทำให้คำตอบของสมการ $2 \log(\sqrt{x-2} + \sqrt{x+2}) - \log a - \log x = 0$ เป็นจำนวนเต็มแล้ว จงหาค่า a (กำหนดให้ $\sqrt{2} = 1.41, \sqrt{3} = 1.73$)
- 7) จากรูปให้ ABC เป็นสามเหลี่ยมที่ DE ขนานกับ BC โดยกำหนดให้ $AE = DB = 1$ และ $AD = 2$ จงหา $(BC)^2$



- 8) กำหนดให้ $P(x) = x^3 + bx^2 + x + d$ โดยที่ $b, d \in \mathbb{R}$ และ $P(1+i) = 0$ จงหาผลบวกของรากทั้งหมดของ $P(x)$

9) กำหนดให้ $f(x) = A(x-2)^3 + B$ จงหาค่า B ที่ทำให้ $f'(1) = 2$ และ $\int_0^1 f(x)dx = 1$

10) กำหนดให้ A และ B เป็นเหตุการณ์ใดๆ ในปริภูมิตัวอย่างให้ $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{3}{5}$, $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$
 จงหาค่าของ $P(A' \cup B')$

ตอนที่ 2 (มี 20 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน)

1) ถ้าเศษเหลือที่ได้จากการหาร $x^3 - 2x^2 + 2x - m$ ด้วย $x+1$ เท่ากับ -7 แล้ว เซตคำตอบของสมการ $\sqrt{3+mx-x^2} < |3-x|$ เท่ากับข้อใด

1. $[-1,1)$ 2. $(1,3)$ 3. $(-\infty,1) \cup (3,+\infty)$ 4. $(-\infty,-1) \cup (0,+\infty)$

2) ให้ p แทนประพจน์ สำหรับทุกจำนวนนับ n จะได้ $\frac{\log n}{n}$ เป็นจำนวนจริงบวก

q แทนประพจน์ มี n เป็นจำนวนเต็มที่ทำให้ $\frac{1}{2^{n+1}-1}$ เป็นจำนวนเต็ม

และ r และ s เป็นประพจน์ใดๆ

พิจารณาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

- ก. ประพจน์ $p \wedge r \rightarrow s$ มีค่าความจริงเป็นจริง
 ข. ประพจน์ $s \vee (\sim s) \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
 ข้อใดถูก

1. ก. ถูก และ ข. ถูก 2. ก. ถูก และ ข. ผิด 3. ก. ผิด และ ข. ถูก 4. ก. ผิด และ ข. ผิด

3) ถ้า A และ B เป็นสับเซตของจำนวนเต็มบวก โดยที่ $A \cup B = \{1,2,3,4\}$, $A \cap B = \{2\}$ และ A มีสมาชิก 3 ตัว แล้วความเป็นไปได้ของเซต A และ B มีทั้งหมดกี่กรณี

1. 1 2. 2 3. 3 4. 4

4) กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ถ้า $A^2 + aA - 2I = 0$ เมื่อ I เป็นเมตริกซ์เอกลักษณ์แล้ว $|a|$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1. 3 2. 4 3. 5 4. 6

5) ให้ A และ B เป็นเมตริกซ์จัตุรัสที่มีมิติเดียวกัน ซึ่ง $\det(B) > 0$, $\det(A) = -2$, $\det(B^t A^{-1} B) = -4$ และ $\det(B^{-1}(B^t + A^t)A) = -3\sqrt{2}$ แล้ว $\det(A+B)$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1. $\sqrt{2}-2$ 2. $2\sqrt{2}-2$ 3. 4 4. 6

6) ให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่มีรัศมี $R < 10$ ซึ่งผ่านจุด $(-1,8)$ และสัมผัสแกน x และแกน y ที่จุด A และจุด B ตามลำดับ พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม OAB เท่ากับข้อใด

1. 10.5 2. 12.5 3. 14.5 4. 16.5

7) กำหนด $g(x) = \frac{x-4}{2}$ และ $h(x) = x-3$ ถ้า $f \circ g = h$ แล้ว $f^{-1}(x)$ เท่ากับข้อใด

1. $2x+1$ 2. $2x-2$ 3. $\frac{x-1}{2}$ 4. $\frac{x+2}{2}$

8) ให้ $\overline{AB} = -2\overline{i} + 2\overline{j} + \overline{k}$, $\overline{BC} = -\overline{i} + 2\overline{j} - \overline{k}$ เป็นด้านของสามเหลี่ยม ABC และ $\overline{u} = 2\overline{i} + \frac{3}{2}\overline{j} + \overline{k}$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก. โคไซน์ของมุม BAC เท่ากับ $\frac{14}{15}$
 ข. พื้นที่สามเหลี่ยม ABC เท่ากับขนาดของเวกเตอร์ \overline{u} ข้อใดถูก

1. ก. ถูก และ ข. ถูก 2. ก. ถูก และ ข. ผิด 3. ก. ผิด และ ข. ถูก 4. ก. ผิด และ ข. ผิด

9) จำนวนคำตอบของ $\sqrt{2} \left(\sin x + \sin \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \right) + 2 \cos^4 \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = 0$ ในช่วง $[0, 2\pi]$ มีกี่คำตอบ

1. 1 2. 2 3. 3 4. 4

10) กำหนดให้

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & , 0 \leq x \leq 2, x \neq 1 \\ x - 1 & , x = 1 \\ 3 + 1 - (x - 3)^2 & , 2 < x \leq 4 \end{cases}$$

โดยใช้กราฟของฟังก์ชัน พิจารณาว่าข้อใดผิด

1. f เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องที่ $x = 1$ 2. f มีค่าสูงสุดสัมบูรณ์ที่ $x = 1$
 3. $f'(3) = -1$ 4. $\int_2^4 f(x) dx = 6 + \frac{\pi}{2}$

11) ถ้า $a = \tan \frac{3\pi}{8} + \tan \frac{\pi}{8}$ แล้ว a^2 มีค่าเท่ากับข้อใด

1. $4\sqrt{2}$ 2. 4 3. $8\sqrt{2}$ 4. 8

12) กำหนดสมการจุดประสงค์ คือ $P = 4x + y$

และอสมการข้อจำกัด คือ $x + y \leq 4$

$$x + 3y \geq 6$$

$$3x + y \leq 6$$

$$x \geq 0$$

และ $y \geq 0$

ถ้า $A(x_1, y_1)$ และ $B(x_2, y_2)$ เป็นจุดมุมที่ได้จากอสมการข้อจำกัด และเป็นจุดที่ให้ค่า P มากที่สุดและน้อยที่สุดตามลำดับแล้ว ผลคูณของ x_1 และ x_2 มีค่าเท่ากับข้อใด

1. 3 2. 4 3. 5 4. 6

- 13) การสอบวิชาภาษาอังกฤษครั้งหนึ่งคะแนนเต็ม 80 คะแนน ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของคะแนนสอบมีค่าเท่ากับ 0.25 และค่าความแปรปรวนของคะแนนสอบเท่ากับ 100 คะแนน² กัลยาและปราณีเป็นนักเรียนที่เข้าสอบครั้งนี้ได้คะแนนสอบรวมกัน 120 คะแนน ถ้าค่ามาตรฐานของคะแนนสอบของกัลยามีค่าเท่ากับ 0.8 แล้วค่ามาตรฐานของคะแนนสอบของปราณีต่างจากของกัลยาเท่ากับข้อใด

1. 0.7 2. 1.5 3. 2.4 4. 3.2

- 14) ในการคัดเลือกนักศึกษา เพื่อเป็นตัวแทนมหาวิทยาลัยไปประกวดการพูดสุนทรพจน์ครั้งหนึ่ง มีผู้สอบผ่านรอบแรกจำนวน 10 คน ในจำนวนนี้เป็นนักศึกษาคณะมนุษยศาสตร์จำนวน 6 คน ที่เหลือเป็นนักศึกษาคณะอื่นๆ ถ้าสุ่มนักศึกษาที่ผ่านการคัดเลือกในรอบแรกจำนวน 3 คนเพื่อเข้ารับการสัมภาษณ์ จำนวนวิธีที่จะสุ่มได้นักศึกษาคณะมนุษยศาสตร์อย่างน้อย 1 คนเท่ากับข้อใด

1. 20 2. 36 3. 60 4. 116

- 15) กล่องใบหนึ่งบรรจุลูกบอลสีแดง 1 ลูก สีดำ 2 ลูก และสีขาว 3 ลูก สุ่มหยิบลูกบอลในกล่องจำนวน 2 ลูก โดยหยิบทีละลูก และไม่ใส่ลูกบอลกลับคืนลงไป ในกล่องก่อนหยิบครั้งต่อไป ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกบอลสีขาวไม่เกิน 1 ลูกเท่ากับข้อใด

1. 0.8 2. 0.6 3. 0.4 4. 0.2

- 16) สัมประสิทธิ์ของ x^{12} จากการกระจาย $\left(x^3 + \frac{1}{2x}\right)^8$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1. 7 2. 8 3. 15 4. 56

- 17) การทดสอบความสามารถทางวิชาการครั้งหนึ่ง มีนักเรียนเข้าสอบ 500 คน โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบเท่ากับ 60 คะแนน และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 15 คะแนน ถ้าคะแนนสอบมีการแจกแจงปกติ และวินัย วิชัย วิไล เป็นผู้เข้าสอบในครั้งนั้น สอบได้คะแนน 75, 90 และ 45 คะแนนตามลำดับ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. มีผู้เข้าสอบที่ได้คะแนนระหว่างวินัยและวิชัยจำนวน 68 คน

ข. คะแนนสอบของวิไลตรงกับตำแหน่งควอไทล์ที่ 1

กำหนดให้พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานเป็นดังตาราง

ช่วงคะแนนมาตรฐาน	0.0-0.1	0.0-0.5	0.0-1.0	0.0-1.5	0.0-2.0
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน	0.0398	0.1915	0.3413	0.4332	0.4772

ข้อใดถูก

1. ก. ถูก และ ข. ถูก 2. ก. ถูก และ ข. ผิด 3. ก. ผิด และ ข. ถูก 4. ก. ผิด และ ข. ผิด

- 18) ข้อมูลในตารางต่อไปนี้ แสดงดัชนีราคาผู้บริโภคและรายได้ต่อเดือนของนายนิธิพนธ์ ซึ่งเป็นพนักงานบริษัทแห่งหนึ่ง ในช่วงระยะเวลาต่างๆ ดังนี้

ปี พ.ศ.	ดัชนีราคาผู้บริโภค	รายได้ต่อเดือน (บาท)
2540	100	10,000
2545	102	10,300
2546	105	10,500
2547	120	10,800

(กำหนดให้ปี พ.ศ. 2540 เป็นปีฐาน)

รายได้ที่แท้จริงของนายนิธิพนธ์ในปี พ.ศ. 2547 เพิ่มขึ้นหรือลดลงร้อยละเท่าไร เมื่อเทียบกับปี พ.ศ. 2540

1. เพิ่มขึ้นร้อยละ 10 2. เพิ่มขึ้นร้อยละ 20 3. ลดลงร้อยละ 10 4. ลดลงร้อยละ 20

19) ข้อความใดถูกต้อง

1. ความแปรปรวนของข้อมูลชุดใดๆ มีค่ามากกว่าศูนย์เสมอ
2. ข้อมูลที่ประกอบด้วย 6, 7, 8, 9, 12 มีค่ามัธยฐานมากกว่าฐานนิยม
3. ค่ากลางที่มีความเหมาะสมสำหรับข้อมูล ที่มีบางค่าสูงหรือต่ำกว่าข้อมูลตัวอื่นๆ คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต เนื่องจากต้องใช้ข้อมูลทุกตัวมาคำนวณ
4. เส้นโค้งความถี่ที่มีลักษณะเบ้ลาดมาทางซ้าย ค่ากลางที่มีค่าสูงสุด คือ ฐานนิยม รองลงมา คือ มัธยฐานและค่าเฉลี่ยเลขคณิตตามลำดับ

20) ข้อมูลในตารางที่กำหนดให้ต่อไปนี้ เป็นปริมาณการส่งออกอาหารทะเลแช่แข็งชนิดหนึ่งในช่วงปี พ.ศ. 2543-2547 (หน่วย : พันตัน)

ปี พ.ศ.	2543	2544	2545	2546	2547
ปริมาณการส่งออก (พันตัน)	5	6	8	9	12

กำหนดให้ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชัน ระหว่างปริมาณการส่งออกและช่วงเวลาของข้อมูลนี้ มีลักษณะเป็นเชิงเส้นตรง คาดว่าปริมาณการส่งออกอาหารทะเลแช่แข็งในปี พ.ศ. 2549 ควรเป็นเท่าไร (พันตัน)

1. 13.1 2. 13.9 3. 14.5 4. 14.8

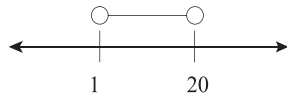
เฉลย ตอนที่ 1

1) ตอบ 190

วิธีทำ จากโจทย์ที่กำหนดให้

$$T = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนนับ และมี } y \text{ เป็นจำนวนนับที่ทำให้ } \frac{1}{(x-20)(y-1)} < 0\}$$

$$\text{จะได้ว่า } \frac{1}{(x-20)(y-1)} < 0$$



โดยอสมการที่กำหนดจะเป็นจริงเมื่อ

$$x - 20 < 0 \quad \text{และ} \quad y - 1 > 0$$

$$x < 20 \quad \text{และ} \quad y > 1 \quad \text{ใช้ได้ } y \text{ เป็นจำนวนนับ}$$

$$\text{จะได้} \quad x = \{1, 2, 3, \dots, 19\} \quad \text{และจะได้ } y = \{2, 3, 4, 5, \dots\}$$

ดังนั้น เซตคำตอบของ x และ y คือ $\{1, 2, 3, \dots, 19\}$

$$\text{จากสูตรผลบวก } 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n}{2}(n+1)$$

$$\text{ผลบวกของ } 1 + 2 + 3 + \dots + 19 = \frac{19}{2}(19+1) = 190$$

2) ตอบ 2.50

วิธีทำ วงรีรูปหนึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิดและแกนเอกอยู่บนแกน Y

$$\text{จะได้สมการวงรี คือ } \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$$

$$\text{ความยาวแกนโทเท่ากับ } 2b = 6 \quad \text{จะได้} \quad \frac{6}{2} = 3$$

$$\text{ความเยื้องศูนย์กลาง } = \frac{c}{a} = 0.8 \quad \text{จะได้} \quad c = 0.8a$$

$$\text{จากความสัมพันธ์ของวงรี } c^2 = a^2 - b^2 \quad \text{หรือ } b^2 = a^2 - c^2$$

$$3^2 = a^2 - (0.8a)^2$$

$$9 = a^2 - 0.64a^2$$

$$9 = 0.36a^2$$

$$\frac{9}{0.36} = a^2$$

$$25 = a^2$$

$$\text{ดังนั้น } a = 5 \quad \text{และจะได้ } c = 0.8a = 0.8(5) = 4$$

$$\text{จุดโฟกัส คือ เสนอว่า } (0, -c) = (0, -4) \quad \text{และ } (0, c) = (0, 4)$$

หาจุดศูนย์กลางของไฮเพอร์โบลา

$$2x^2 - y^2 - 8x + 2y + 5 = 0$$

$$(2x^2 - 8x) - (y^2 - 2y) + 5 = 0$$

$$2(x^2 - 4x) - (y^2 - 2y) = -5$$

$$2\left(\underbrace{x^2 - 4x + 4}_{(x-2)^2} - 4\right) - \left(\underbrace{y^2 - 2y + 1}_{(y-1)^2} - 1\right) = -5$$

$$2(x-2)^2 - (y-1)^2 = -5 + 8 - 1$$

$$2(x-2)^2 - (y-1)^2 = 2$$

$$\frac{(x-2)^2}{1} - \frac{(y-1)^2}{2} = 1$$

นั่นคือ จุดศูนย์กลางของไฮเพอร์โบลา คือ (2,1)

ดังนั้น ความชันของเส้นตรงที่ลากผ่านจุด (0,-4) และ (2,1) จะมีค่าเท่ากัน

$$\text{จากสูตร } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - (-4)}{2 - 0} = \frac{5}{2} = 2.50$$

3) ตอบ 16.00

วิธีทำ

$$\text{จากสมการที่กำหนดให้ } \frac{x-1}{x} + \frac{x-3}{x} + \frac{x-5}{x} + \dots + \frac{1}{x} = 4$$

นำ x คูณตลอดได้

$$(x-1) + (x-3) + (x-5) + \dots + 1 = 4x \text{ เพราะว่า } x \neq 0$$

จะเห็นว่าเป็นลำดับเลขคณิต $d = -2$

$$\text{จากสูตรลำดับเลขคณิต } a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$1 = (x-1) + (n-1)(-2)$$

$$1 = x - 1 - 2n + 2$$

$$2n = x$$

$$n = \frac{x}{2} \text{ พจน์}$$

$$\text{จากสูตรผลบวกของลำดับเลขคณิต } S_n = \frac{n}{2}[a_1 + a_n]$$

$$4x = \frac{x}{2}[(x-1) + 1]$$

$$4x = \frac{x}{4}(x) \text{ นำ } x \text{ ทหารตลอดได้ เพราะว่า } x \neq 0$$

$$4 = \frac{x}{4}$$

$$x = 16$$

4) ตอบ 0.25

วิธีทำ โจทย์กำหนดอัตราส่วนร่วม r ของอนุกรมเรขาคณิตที่เป็นอนุกรมคอนเวอร์เจนต์ ที่ทำให้พจน์ที่ n เป็นสามเท่าของผลบวกของอนุกรมตั้งแต่พจน์ถัดไป

กำหนดให้อนุกรมเรขาคณิตเป็นดังนี้

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n + \boxed{a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3}}$$

จากพจน์ที่ n เป็น 3 เท่าของผลบวกของอนุกรมถัดไป

$$a_n = 3[a_{n+1} + a_{n+2} + \dots]$$

$$a_1 r^{n-1} = 3[a_1 r^n + a_1 r^{n+1} + a_1 r^{n+2} + \dots]$$

$$a_1 r^n (r^{-1}) = 3a_1 r^n [1 + r + r^2 + \dots]$$

นำ $a_1 r^n$ ทหารตลอดจะได้ว่า

$$r^{-1} = 3 \left[\underbrace{1 + r + r^2 + r^3 + \dots}_{a_1=1, r=r} \right]$$

$$\frac{1}{r} = 3 \left(\frac{1}{1-r} \right) \quad \text{อนุกรมอนันต์ของเราคิด} \leftarrow s_\infty = \frac{a_1}{1-r}$$

$$1-r = 3r$$

$$1 = 4r \quad \text{ดังนั้น} \quad r = \frac{1}{4} = 0.25$$

5) ตอบ 6.00

วิธีทำ ให้ x เป็นจำนวนเต็มบวกซึ่งเมื่อเขียน x ในรูปตัวเลขฐาน 5 แล้วจะได้ $x = (1234)_5$

จงหาเศษเหลือเมื่อหาร $4x$ ด้วย 11

$$\text{จาก} \quad x = (1234)_5 = (1 \times 5^3) + (2 \times 5^2) + (3 \times 5^1) + (4 \times 5^0)$$

$$x = 125 + 50 + 15 + 4$$

$$= 194$$

$$\text{จะได้} \quad 4x = 4(194) = 776$$

$$\text{ดังนั้น} \quad 776 \div 11 = 70 \text{ เศษ } 6$$

6) ตอบ 3.73

วิธีทำ โจทย์บอกว่า ถ้า a เป็นจำนวนอตรรกยะที่ทำให้คำตอบของสมการ

$$2 \log(\sqrt{x-2} + \sqrt{x+2}) - \log a - \log x = 0$$

เป็นจำนวนเต็มแล้ว จงหาค่า a (กำหนดให้ $\sqrt{2} = 1.41, \sqrt{3} = 1.73$)

$$\text{จากโจทย์} \quad 2 \log(\sqrt{x-2} + \sqrt{x+2}) - \log a - \log x = 0$$

$$\log(\sqrt{x-2} + \sqrt{x+2})^2 - (\log a + \log x) = 0$$

$$\log(\sqrt{x-2} + \sqrt{x+2})^2 - (\log ax) = 0$$

$$\log \frac{(\sqrt{x-2} + \sqrt{x+2})^2}{ax} = 0$$

$$\frac{(\sqrt{x-2} + \sqrt{x+2})^2}{ax} = 10^0$$

$$(\sqrt{x-2} + \sqrt{x+2})^2 = ax$$

$$x - 2 + 2\sqrt{(x-2)(x+2)} + x + 2 = ax$$

$$2x + 2\sqrt{(x-2)(x+2)} = ax$$

$$2x + 2\sqrt{x^2 - 4} = ax$$

$$2\sqrt{x^2 - 4} = ax - 2x$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้างจะได้

$$4(x^2 - 4) = (ax)^2 - 2(ax)(2x) + (2x)^2$$

$$4x^2 - 16 = a^2x^2 - 4ax^2 + 4x^2$$

$$-16 = (a^2 - 4a)x^2$$

ดังนั้น $x^2 = \frac{-16}{a^2 - 4a}$

เมื่อ $x^2 > 0$ จึงทำให้ $a^2 - 4a < 0$ จึงจะทำให้ซ้ายกับขวาเท่ากัน

และคำตอบต้องเป็นจำนวนเต็มทำให้ $a^2 - 4a = -4, -1, -16$ เท่านั้น และ a เป็นจำนวนตรรกยะ

ดังนั้น จึงได้ $a^2 - 4a = -1$ (เพราะถ้าเป็น -4 และ -16 ทำให้ค่าในรูทติดลบ)

$$a^2 - 4a + 1 = 0$$

$$a = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)}$$

$$a = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}$$

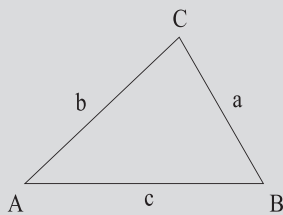
แต่ $a = 2 + \sqrt{3}$ เท่านั้น ซึ่ง $a > 0$

ดังนั้น $a = 2 + \sqrt{3} = 2 + 1.73 = 3.73$

7) ตอบ 6.75

วิธีทำ

กฎของโคไซน์ ในรูปสามเหลี่ยม ABC ใดๆ ถ้า a, b และ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุม A, B และ C ตามลำดับ จะได้



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bccos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2accos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2abcos C$$

$\triangle ADE$ คล้ายกับ $\triangle ABC$

$$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$$

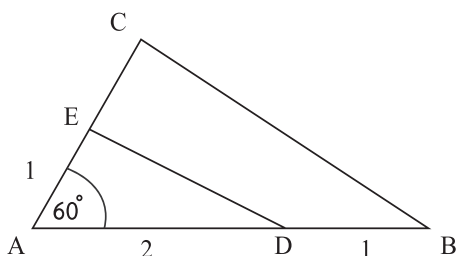
$$\frac{1}{AC} = \frac{2}{3} \text{ จะได้ } AC = \frac{3}{2}$$

จากกฎของโคไซน์

$$\overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 - 2(\overline{AC})(\overline{AB}) \cos \theta$$

$$\overline{BC}^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + (3)^2 - 2\left(\frac{3}{2}\right)(3) \cos 60^\circ$$

$$\overline{BC}^2 = \frac{9}{4} + 9 - 2\left(\frac{3}{2}\right)(3)\left(\frac{1}{2}\right) = 6.75$$



8) ตอบ 1.50

วิธีทำ การตรวจสอบคำตอบของสมการพหุนาม ตรงนี้ต้องจำ สำคัญมากๆ

สมการพหุนามในรูป $ax^n + b = 0$	สมการพหุนามในรูป $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$
1. ผลบวกของรากสมการเท่ากับ 0 เสมอ	1. ผลบวกของรากสมการเท่ากับ $-\frac{a_{n-1}}{a_n}$ เสมอ
2. ผลคูณของรากสมการเท่ากับ $(-1)^n \frac{b}{a}$ เสมอ	2. ผลคูณของรากสมการเท่ากับ $(-1)^n \frac{a_0}{a_n}$ เสมอ
3. ค่าสัมบูรณ์ของรากสมการเท่ากันทุกค่า	3. ค่าสัมบูรณ์ของรากสมการไม่จำเป็นต้องเท่ากัน
4. คำตอบไม่ต้องเป็นคู่สังยุคกัน	4. คำตอบต้องเป็นคู่สังยุคกัน เมื่อสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรต้องเป็นจำนวนจริงเท่านั้น

โจทย์กำหนดให้ $P(x) = x^3 + bx^2 + x + d$ โดยที่ $b, d \in \mathbb{R}$ และ $P(1+i) = 0$ จงหาผลบวกของรากทั้งหมดของ $P(x)$

$$P(x) = x^3 + bx^2 + x + d$$

จาก $P(1+i) = 0$ ทฤษฎีบทเศษเหลือ

$$(1+i)^3 + b(1+i)^2 + (1+i) + d = 0$$

$$-2 + 2i + 2bi + (1+i) + d = 0$$

$$d - 1 + (3 + 2b)i = 0$$

ส่วนจริงเท่ากับส่วนจริง ส่วนจินตภาพเท่ากับส่วนจินตภาพ

จะได้ $d - 1 = 0$ และ $3 + 2b = 0$

$$d = 1 \text{ และ } b = -\frac{3}{2}$$

$$\text{ดังนั้น } P(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 + x + 1$$

$$\text{ผลบวกของคำตอบทั้งหมด} = \frac{3}{2} = 1.5$$

9) ตอบ 3.50

วิธีทำ กำหนดให้ $f(x) = A(x-2)^3 + B$

จงหาค่า B ที่ทำให้ $f'(1) = 2$ และ $\int_0^1 f(x) dx = 1$

$$\text{จาก } f(x) = A(x-2)^3 + B$$

$$f'(x) = 3A(x-2)^2 (1)$$

$$f'(1) = 3A(1-2)^2 (1) = 3A$$

$$\text{จากโจทย์กำหนด } f'(1) = 2$$

$$3A = 2$$

$$A = \frac{2}{3}$$

$$\text{ดังนั้น } f(x) = \frac{2}{3}(x-2)^3 + B$$

$$\text{จาก } \int_0^1 f(x) dx = 1$$

$$\int_0^1 \left[\frac{2}{3}(x-2)^3 + B \right] dx = 1 \quad \Leftarrow (x-2)^3 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

$$\int_0^1 \frac{2}{3}(x^3 - 6x + 12x - 8) dx + \int_0^1 B dx = 1$$

$$\frac{2}{3} \left(\frac{x^4}{4} - \frac{6x^3}{3} + \frac{12x^2}{2} - 8x \right) \Big|_0^1 + Bx \Big|_0^1 = 1$$

$$\frac{2}{3} \left(\frac{x^4}{4} - 2x^3 + 6x^2 - 8x \right) \Big|_0^1 + Bx \Big|_0^1 = 1$$

$$\frac{2}{3} \left(\frac{(1)^4}{4} - 2(1)^3 + 6(1)^2 - 8(1) \right) + B(1) = 1$$

$$\frac{2}{3} \left(\frac{1}{4} - 4 \right) + B(1) = 1$$

$$\frac{2}{3} \left(-\frac{15}{4} \right) + B(1) = 1$$

$$-\frac{5}{2} + B(1) = 1$$

$$B = 1 + \frac{5}{2} = \frac{7}{2} = 3.50$$

10) ตอบ 0.65

วิธีทำ กำหนดให้ A และ B เป็นเหตุการณ์ใดๆ ในปริภูมิตัวอย่าง
ให้ $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{3}{5}$, $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ จงหาค่าของ $P(A' \cup B')$

จากสูตร $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{3}{5} - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{3}{5} - \frac{3}{4}$$

$$P(A \cap B) = \frac{7}{20}$$

ดังนั้น $P(A' \cup B') = P(A \cap B)'$

$$= 1 - P(A \cap B)$$

$$= 1 - \frac{7}{20}$$

$$= \frac{13}{20} = 0.65$$

เฉลย ตอนที่ 2

1) ตอบข้อ 1.

วิธีทำ

$$\text{กำหนดให้ } P(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - m$$

ถ้าเศษเหลือที่ได้จากการหาร $P(x)$ ด้วย $x+1$ เท่ากับ -7

$$\text{จะได้ว่า } P(-1) = -7$$

$$(-1)^3 - 2(-1)^2 + 2(-1) - m = -7$$

$$-1 - 2 - 2 - m = -7$$

$$m = 2$$

จากสมการที่กำหนด $\sqrt{3+mx-x^2} < |3-x|$

ดังนั้น จะได้ $\sqrt{3+2x-x^2} < |3-x|$

$$(\sqrt{3+2x-x^2})^2 < (3-x)^2$$

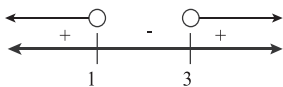
แน่ใจว่าเป็นบวกทั้งสองข้าง จึงสามารถยกกำลังสองทั้งสองข้างได้

$$3+2x-x^2 < 9-6x+x^2$$

$$0 < 2x^2 - 8x + 6$$

$$x^2 - 4x + 3 > 0$$

$$(x-1)(x-3) > 0$$

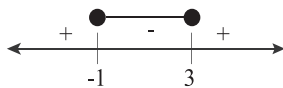


ดังนั้น เซตคำตอบ คือ $(-\infty, 1) \cup (3, \infty)$

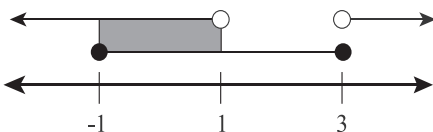
แต่ต้องรู้ว่า $3+2x-x^2 \geq 0$ (เงื่อนไขในรูป)

$$x^2 - 2x - 3 \leq 0$$

$$(x+1)(x-3) \leq 0$$



ดังนั้น เซตคำตอบ คือ $[-1, 3]$



ดังนั้น นำทั้งสองมาอินเตอร์เซกกัน จะได้เซตคำตอบ คือ $[-1, 1)$

2) ตอบข้อ 1.

วิธีทำ ให้ p แทนประพจน์ สำหรับทุกจำนวนนับ n จะได้ $\frac{\log n}{n}$ เป็นจำนวนจริงบวก

พิจารณา เมื่อ $1 \in \mathbb{N}$

เพราะเมื่อแทน $n = 1$ จะได้ $\frac{\log 1}{1} = 0$ ซึ่ง 0 ไม่ใช่ \mathbb{R}^+

สรุป p แทนประพจน์มีค่าความจริงเป็นเท็จ

q แทนประพจน์ มี n เป็นจำนวนเต็มที่ทำให้ $\frac{1}{2^{n+1}-1}$ เป็นจำนวนเต็ม

มี $n \in \mathbb{I}$ ที่ทำให้ $\frac{1}{2^{n+1}-1}$ เป็นจำนวนเต็ม

เพราะลองแทน $n = -1$ ทำให้ $\frac{1}{2^{-1+1}-1} = \frac{1}{2^0-1} = \frac{1}{1-1} = \frac{1}{0}$ หาค่าไม่ได้

สรุป q แทนประพจน์มีค่าความจริงเป็นเท็จ

พิจารณา ก. ประพจน์ $p \wedge r \rightarrow s \equiv (F \wedge r) \rightarrow s \equiv F \rightarrow s \equiv T$ มีค่าความจริงเป็นจริง (ถูก)

พิจารณา ข. ประพจน์ $s \vee (\sim s) \rightarrow q \equiv T \rightarrow F \equiv F$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ (ถูก)

3) ตอบข้อ 3.

วิธีทำ ถ้า A และ B เป็นสับเซตของจำนวนเต็มบวก โดยที่ $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$, $A \cap B = \{2\}$ และ A มีสมาชิก 3 ตัว แล้วความเป็นไปได้ของเซต A และ B มีทั้งหมดกี่กรณี

จาก $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$, $A \cap B = \{2\}$

นั่นคือ $A = \{2, _, _ \}$ $B = \{2, _ \}$



พบว่าวิธีที่เป็นไปได้ คือ $\binom{3}{2} \binom{1}{1} = 3$ กรณี



กรณีที่ 1 $\{2, 3, 4\}$ $\{2, 1\}$

กรณีที่ 2 $\{2, 1, 4\}$ $\{2, 3\}$

กรณีที่ 3 $\{2, 1, 3\}$ $\{2, 4\}$

4) ตอบข้อ 3.

วิธีทำ กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ถ้า $A^2 + aA - 2I = 0$ แล้ว $|a|$ มีค่าเท่ากับ

จาก $A^2 + aA - 2I = 0$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + a \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

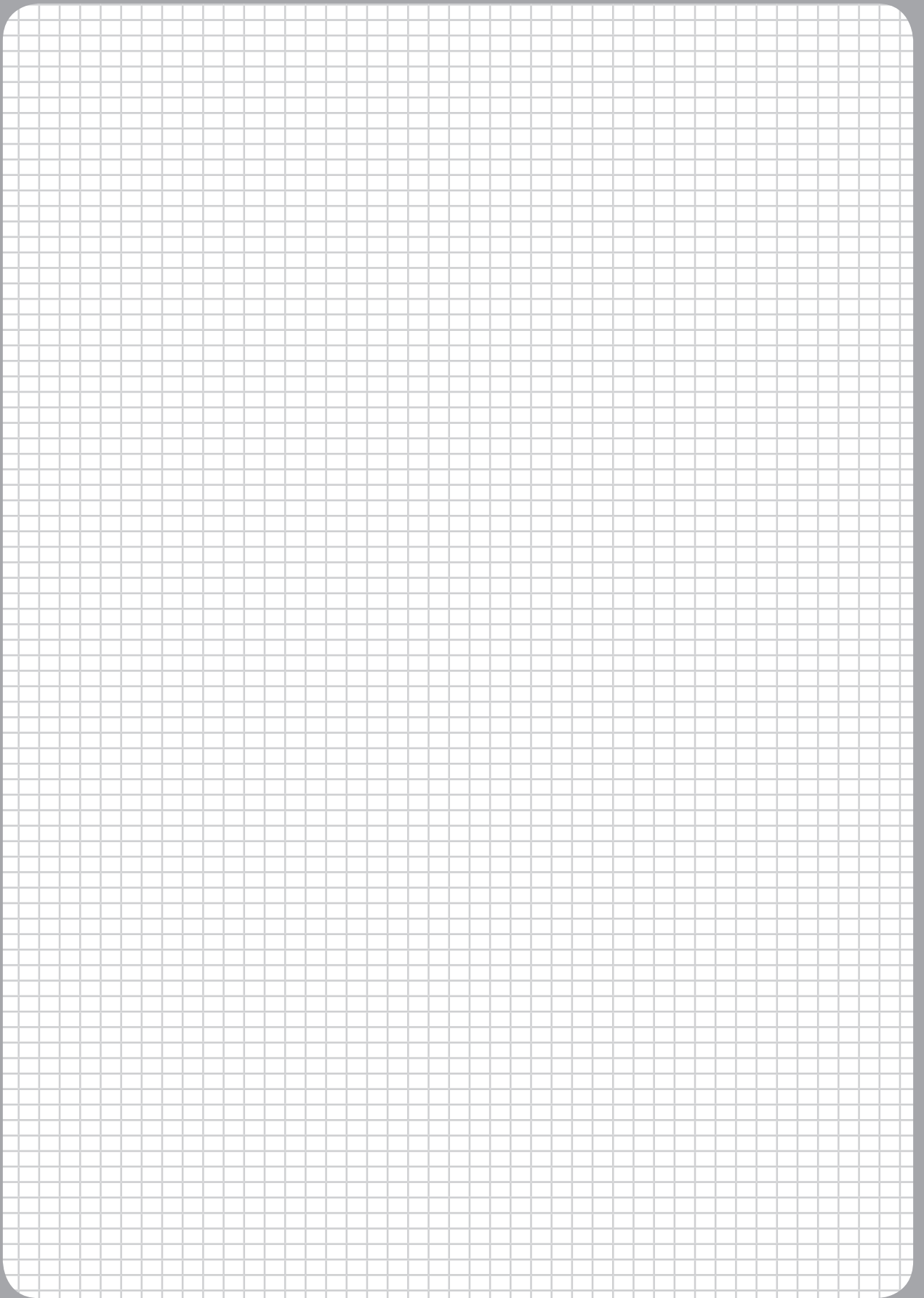
$$\begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 15 & 19 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a & 2a \\ 3a & 4a \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7+a-2 & 9+2a-0 \\ 15+3a-0 & 19+4a-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

พิจารณา $5+a=0$

$$a = -5$$

จะได้ $|a| = |-5| = 5$



รวมข้อสอบ

คณิตศาสตร์

โควตา มหาวิทยาลัยเชียงใหม่



ความภูมิใจของนักเรียนในเขตภาคเหนือ คือ การได้เข้าเป็นนักศึกษาของมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ กลายเป็น ลูกช้าง มช. แต่ใ้ว่าจะผ่านเข้าไปง่าย ๆ ด้านสำคัญก็คือ การสอบโควตาภาคเหนือ ซึ่งมีข้อสอบวิชา “คณิตศาสตร์” วิชาที่สร้างความลำบากใจให้นักเรียนทุกคนเสมอมา ดังนั้น เพื่อให้การสอบได้คะแนนดี ควรมีการเตรียมตัวที่ดีด้วย ซึ่งวิธีเตรียมตัวที่ดีที่สุดก็คือ ต้องเจอกับของจริง แล้ววัดกันเลยว่าเรานั้นยังห่างชั้นเพียงใด

หนังสือเล่มนี้ผู้เขียนได้รวบรวมข้อสอบคณิตศาสตร์ โควตา มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ มากกว่า 10 ปี โดยมีข้อสอบย้อนหลังตั้งแต่ปี 2549 จนถึง 2559 (ปัจจุบัน) แล้ว การเฉลยในเล่มนี้ยังเน้นอธิบายให้เกิดความรู้ ความเข้าใจ เสริมเทคนิคที่หาไม่ได้จากในห้องเรียน ซึ่งจะช่วยให้ผู้อ่านเพิ่มพูนทักษะ และคะแนนสอบได้เป็นอย่างดี

นอกจากนี้นักเรียน ม.6 ในภูมิภาคอื่นๆ ยังสามารถนำมาใช้ฝึกฝนเพิ่มทักษะ เพื่อเตรียมตัวสอบเข้ามหาวิทยาลัยในสนามสอบต่างๆ ได้เป็นอย่างดี ไม่ว่าจะเป็น PAT 1, O-NET ม.6 และ 9 วิชาสามัญคณิตศาสตร์ เพราะความยากและแนวทางของข้อสอบนั้นเรียกได้ว่า ไม่ต่างกันเลย

รวมข้อสอบมากกว่า 11 W.ศ.

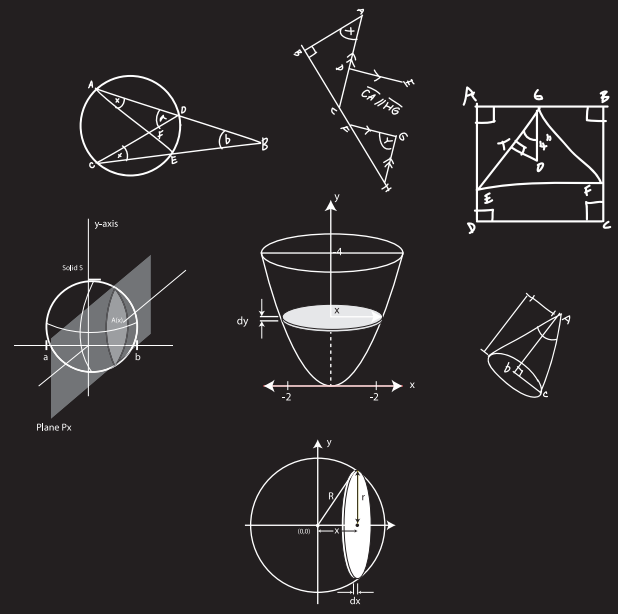
รวมข้อสอบมากกว่า 11 W.ศ.
ทดสอบจริงกับข้อสอบย้อนหลังตั้งแต่ปี 2549 จนถึง 2559 (ปัจจุบัน) ในวิชาคณิตศาสตร์ 1

เฉลยละเอียด เทคนิคคิดลัด วิธีจดจำ

เฉลยละเอียด พร้อมเสริมเทคนิค อธิบายเป็นขั้นเป็นตอน พร้อมแนะเทคนิคคิดลัด วิธีจดจำ รูปแบบที่ออกสอบบ่อยๆ เสริมด้วยเนื้อหาที่อาจไม่มีในห้องเรียน

PAT 1 9 วิชาสามัญ คณิตศาสตร์ O-NET U.6

มากกว่าสอบโควตา
แนวทางข้อสอบ สามารถใช้เพิ่มทักษะเพื่อเตรียมตัวสอบในสนามสอบอื่นๆ ทั้ง PAT 1, O-NET ม.6 และ 9 วิชาสามัญคณิตศาสตร์



บรรณาธิการ: จรัสรุ่งรวีวงศ์

จัดจำหน่ายโดย IDC ISBN 885-916-100-382-3 250 บาท 8 859161 003823