



 **เตรียมสอบเข้า**

มั่นใจเต็ม 100 

PAT 1

**เหมาะสำหรับ
ม.4-5-6**

ความถนัดทางคณิตศาสตร์

พิชิตโจทย์คณิตศาสตร์ที่ “ยากที่สุด” จากสนามสอบเข้ามหาวิทยาลัย (มีรูปแบบทวนให้) ฝึกทำโจทย์เหมือนสอบจริง
เฉลยด้วยวิดีโอให้เข้าใจได้ง่ายกว่า พร้อมแจกเทคนิคคิดลัดให้ทันเวลา และได้คะแนนสูงสุด



กรกชัช แตงน้อย

สารบัญ

Part 1 เนื้อหาข้อสอบ PAT 1.....	1
บทที่ 1 Set	3
1. สมาชิก และสับเซต.....	3
2. การดำเนินการของเซต.....	5
3. เพาเวอร์เซต (Power Set).....	8
4. จำนวนสมาชิกของเซต	12
บทที่ 2 ตรรกศาสตร์.....	17
1. ตัวเชื่อมประพจน์	17
2. ประพจน์ที่สมมูลกัน.....	20
3. สัจนิรันดร์.....	23
4. ประโยคเปิด และตัวบ่งปริมาณ.....	27
บทที่ 3 จำนวนจริง.....	31
1. สมการ.....	31
2. อสมการ	35
3. ค่าสัมบูรณ์.....	41
บทที่ 4 เอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม	47
1. การแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล	47
2. การแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล.....	50
3. คุณสมบัติ และการแก้สมการลอการิทึม.....	55
4. การแก้สมการลอการิทึม	61
บทที่ 5 เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย.....	67
1. สิ่งที่ควรรู้ในเรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์.....	67
2. วงกลม.....	74
3. พาราโบลา.....	80



4. วงรี.....	86
5. ไฮเพอร์โบลา.....	93
บทที่ 6 ฟังก์ชัน	103
1. โดเมน และเรนจ์.....	103
2. ฟังก์ชันที่มีเงื่อนไข.....	108
3. อินเวอร์สของฟังก์ชัน.....	113
4. ฟังก์ชันประกอบ.....	117
บทที่ 7 เมทริกซ์	123
1. ดีเทอร์มิแนนต์.....	123
2. อินเวอร์สของเมทริกซ์.....	129
บทที่ 8 ตรีโกณมิติ.....	137
1. สูตรต่างๆ ของตรีโกณมิติที่ควรรู้.....	137
2. ฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน.....	142
3. สูตรสำหรับการหารูปสามเหลี่ยมใดๆ.....	147
บทที่ 9 เวกเตอร์	155
1. ทฤษฎีของเวกเตอร์.....	155
2. เวกเตอร์ผสมสามเหลี่ยม.....	161
บทที่ 10 จำนวนเชิงซ้อน	169
ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน	169
บทที่ 11 ความน่าจะเป็น	175
1. กฎการนับเบื้องต้น.....	175
2. โจทย์การเรียงสับเปลี่ยนเป็นแนวเส้นตรง.....	176
3. โจทย์การเรียงสับเปลี่ยนเป็นวงกลม.....	181
4. โจทย์ที่เกี่ยวกับการเลือก, สุ่ม, ทียบ และจัดหมู่.....	184
5. โจทย์เกี่ยวกับการสร้างชุดตัวเลข.....	189



บทที่ 12 ลำดับและอนุกรม.....	195
1. ลำดับเลขคณิต	195
2. ลำดับเรขาคณิต.....	198
3. อนุกรมเลขคณิต.....	202
4. อนุกรมเรขาคณิต	207
5. ลำดับอนันต์	212
6. อนุกรมอนันต์.....	217
บทที่ 13 แคลคูลัส.....	225
1. ลิมิตของฟังก์ชัน	225
2. ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน.....	230
3. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน.....	235
4. อนุพันธ์กับการประยุกต์ในเรขาคณิต	239
5. ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ของฟังก์ชัน	244
6. อินทิกรัลไม่จำกัดเขต	250
7. อินทิกรัลจำกัดเขต	255
บทที่ 14 สถิติ.....	261
1. ค่ากลางของข้อมูล.....	161
2. ตำแหน่งของข้อมูล.....	267
3. การวัดการกระจายข้อมูล	274
4. การวัดการกระจายสัมพัทธ์	282
5. ค่ามาตรฐาน และพื้นที่ใต้เส้นโค้ง.....	287
Part 2 แนวข้อสอบ	295
แนวข้อสอบ PAT 1 ชุดที่ 1	296
แนวข้อสอบ PAT 1 ชุดที่ 2	307
เฉลยแนวข้อสอบ PAT 1 ชุดที่ 1-2.....	317

บทที่ 1

Set



1. สมาชิก และสับเซต

เราใช้สัญลักษณ์ “ \in ” แทน “การเป็นสมาชิกของเซต” และ “ \subset ” แทน “การเป็นสับเซต”

จำนวนสับเซตของเซตใดๆ $= 2^{n(A)}$ เมื่อ A เป็นเซตใดๆ

Ex 1.1 ถ้า $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ และ $B = \{a, b\}$ แล้วจำนวนเซตของ X ซึ่ง $B \subset X \subset A$ เท่ากับข้อใด

1. 4 2. 15 3. 16 4. 32

วิธีทำ เนื่องจาก B เป็นสับเซตของ X ดังนั้น สมาชิกของ B จะอยู่ใน X ด้วย จะได้ว่า เซต X จะต้องมีสมาชิก a และ b เป็นอย่างน้อย ส่วนสมาชิก c, d, e และ f ในเซตของ X จะมีหรือไม่มีก็ได้ (ทำได้ 2 วิธี) เพราะถือว่า X เป็นสับเซตของ A ไปแล้ว

ดังนั้น จำนวนเซตของ X ทั้งหมดที่เป็นไปได้มีอยู่ $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ แบบ

Ex 1.2 ให้ $A = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 20\}$ และ $B = \{x \in A \mid \sqrt{|x|} \text{ เป็นจำนวนเต็ม}\}$ จงหาเซต C ทั้งหมดที่เป็นไปได้ โดยที่ $\{C \subset B \mid 0 \in C \text{ และ } 1 \notin C\}$

วิธีทำ จากเซต B จะได้ว่า $|x|$ ต้องถอดรูทได้

ดังนั้น $|x| = 0, 1, 4, 9, 16$

จะได้ว่า สมาชิกในเซต B มีดังนี้ $x = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$

โดยเซตของ C เป็นสับเซตของ B และบังคับว่าต้องมี 0 อยู่ในเซต C และต้องไม่มี 1 ในเซต C แสดงว่า เลขที่เหลืออีก 7 ตัว ในเซต C จะมีหรือไม่มีก็ได้ (ทำได้ 2 วิธี)

ดังนั้น จำนวนของ เซต C ที่เป็นไปได้ มีได้ทั้งหมด $\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2}_7 = 2^7 = 128$ แบบ

Ex 1.3 ให้ $A = \{\emptyset, 1, \{1\}\}$ ข้อใดผิด

1. $\emptyset \subset A$
2. $\{\emptyset\} \subset A$
3. $\{1, \{1\}\} \subset A$
4. $\{\{1\}, \{1, \{1\}\}\} \subset A$

วิธีทำ $\{\emptyset\}$ คือ \emptyset ที่มีปีกกา 1 ชั้น จะไปตรงกับ สมาชิกตัวแรกของเซต A
 จะได้ว่า $\{\emptyset\} \subset A$ ดังนั้น ข้อ 2 ผิด

Ex 1.4 ให้ $A = \{1, 2, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}\}$ แล้วข้อใดผิด

1. $\{1, 2\} \in A$
2. $\{1, 2, 3\} \in A$
3. $\{1, 2\} \subset A$
4. $\{1, 2, 3\} \subset A$

วิธีทำ $\{1, 2, 3\}$ คือ เลข 1, 2, 3 ที่มีปีกกา 1 ชั้น แต่ในเซต A มีแต่ $\{\{1, 2, 3\}\}$ ที่มีปีกกา 2 ชั้น
 ดังนั้น ต่อให้เลขข้างในปีกกาเหมือนกัน แต่ถ้าจำนวนปีกกาไม่เท่ากัน เราจะนับเป็นคนละตัว

ดังนั้น $\{1, 2, 3\} \not\subset A$ สรุปได้ว่า **ข้อที่ 4 X**

Ex 1.5 กำหนดให้ $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ จงหาจำนวนสับเซต $A \subset S$ ทั้งหมด ที่เซต A มีจำนวนสมาชิก
 อย่างน้อย 2 ตัว และ $a - b > 1$ สำหรับทุกสมาชิก a และ b ใน A

วิธีทำ ความหมายของโจทย์ข้อนี้คือ ในเซตของ A จะมีเลขที่ตัวก็ได้ตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป แต่จะต้องให้เลขแต่ละ
 ตัวห่างกันมากกว่า 1

Case 1 : เซต A มีสมาชิก 2 ตัว ทั้งหมด 15 เซต มีดังนี้

- $\{1, 3\}, \{1, 4\}, \{1, 5\}, \{1, 6\}, \{1, 7\},$
 $\{2, 4\}, \{2, 5\}, \{2, 6\}, \{2, 7\},$
 $\{3, 5\}, \{3, 6\}, \{3, 7\},$
 $\{4, 6\}, \{4, 7\},$
 $\{5, 7\}$

Case 2 : เซต A มีสมาชิก 3 ตัว ทั้งหมด 10 เซต มีดังนี้

- $\{1, 3, 5\}, \{1, 3, 6\}, \{1, 3, 7\}, \{1, 4, 6\}, \{1, 4, 7\}, \{1, 5, 7\},$
 $\{2, 4, 6\}, \{2, 4, 7\}, \{2, 5, 7\},$
 $\{3, 5, 7\}$

Case 3 : เซต A มีสมาชิก 4 ตัว ทั้งหมด 1 เซต มีดังนี้

- $\{1, 3, 5, 7\}$

ดังนั้น เซต A มีได้ทั้งหมด 26 เซต

บทที่ 3

จำนวนจริง



1. สมการ

สิ่งที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้สมการ ได้แก่

1. การแยกตัวประกอบ

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

เมื่อ a, b เป็น “คำตอบ” ของสมการ แล้ว

พจน์กกลาง = ผลบวกของคำตอบ, พจน์ท้าย = ผลคูณของคำตอบ

2. กำลังสมบูรณ์

กำลังสองสมบูรณ์	กำลังสามสมบูรณ์	กำลัง n สมบูรณ์
$(x \pm y)^2 = x^2 \pm 2xy + y^2$	$(x \pm y)^3 = x^3 \pm 3x^2y + 3xy^2 \pm y^3$	สามเหลี่ยมปascal

3. การหารสังเคราะห์ (มักใช้ตั้งแต่พหุนามกำลังสามเป็นต้นไป)

ข้อควรระวัง : การแก้สมการตรรกยะ จะต้องนำคำตอบที่ได้มาแทนค่าในโจทย์ เพื่อตรวจสอบว่าคำตอบตัวไหนใช้ได้หรือไม่เสมอ

Ex 1.1 ถ้า $S = \{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{3x+1} + \sqrt{x-1} = \sqrt{7x+1}\}$ เมื่อ R แทนเซตของจำนวนจริง แล้วผลบวกของสมาชิกใน S เท่ากับเท่าไร

วิธีทำ ถ้าทั้งสองฝั่งมีรูทอยู่แล้ว ให้ยกกำลังสองทั้งสองข้าง

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า} \quad & (\sqrt{3x+1} + \sqrt{x-1})^2 = (\sqrt{7x+1})^2 \\ & (3x+1) + 2\sqrt{(3x+1)(x-1)} + (x-1) = 7x+1 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 & 2\sqrt{3x^2 - 2x - 1} = 3x + 1 \\
 \text{ยกกำลังสองทั้งสองข้าง} & 4(3x^2 - 2x - 1) = 9x^2 + 6x + 1 \\
 & 12x^2 - 8x - 4 = 9x^2 + 6x + 1 \\
 & 3x^2 - 14x - 5 = 0 \\
 & (3x + 1)(x - 5) = 0
 \end{aligned}$$

จะได้ว่า $x = -\frac{1}{3}, 5$

นำคำตอบที่ได้กลับไปแทนค่าลงในโจทย์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

จาก $x = -\frac{1}{3}$ จะเห็นว่าทำให้เลขในรูทติดลบ จึงใช้ไม่ได้

จาก $x = 5$: $\sqrt{16} + \sqrt{4} = \sqrt{36}$

$$4 + 2 = 6$$

ถูกต้อง ดังนั้นใช้ได้

จะได้ $S = \{5\}$

ดังนั้น ผลบวกสมาชิกของเซต S มีค่าเท่ากับ 5

Ex 1.2 ถ้า x เป็นจำนวนจริงที่มากที่สุดที่เป็นคำตอบของสมการ $\sqrt{14 + 3x - x^2} - \sqrt{9 + 5x - x^2} = 1$

แล้วจงหาค่าของ $\left| \frac{4 - 12x^{-1} + 9x^{-2}}{3x^{-2} - 2x^{-1}} \right|$

วิธีทำ เนื่องจากมีตัวติดรูท 2 ตัว จัดรูปใหม่เพื่อง่ายต่อการทำโจทย์ จะได้ว่า

$$\sqrt{14 + 3x - x^2} = \sqrt{9 + 5x - x^2} + 1$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง $14x + 3x - x^2 = 9 + 5x - x^2 + 2\sqrt{9 + 5x - x^2} + 1$

$$4 - 2x = 2\sqrt{9 + 5x - x^2}$$

$$2 - x = \sqrt{9 + 5x - x^2}$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง $4 - 4x + x^2 = 9 + 5x - x^2$

$$2x^2 - 9x - 5 = 0$$

$$(2x + 1)(x - 5) = 0$$

จะได้ว่า $x = -\frac{1}{2}, 5$

นำคำตอบที่ได้ไปแทนค่าลงในโจทย์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

จาก $x = 5$: $\sqrt{14 + 15 - 25} - \sqrt{9 + 25 - 25} = 1$

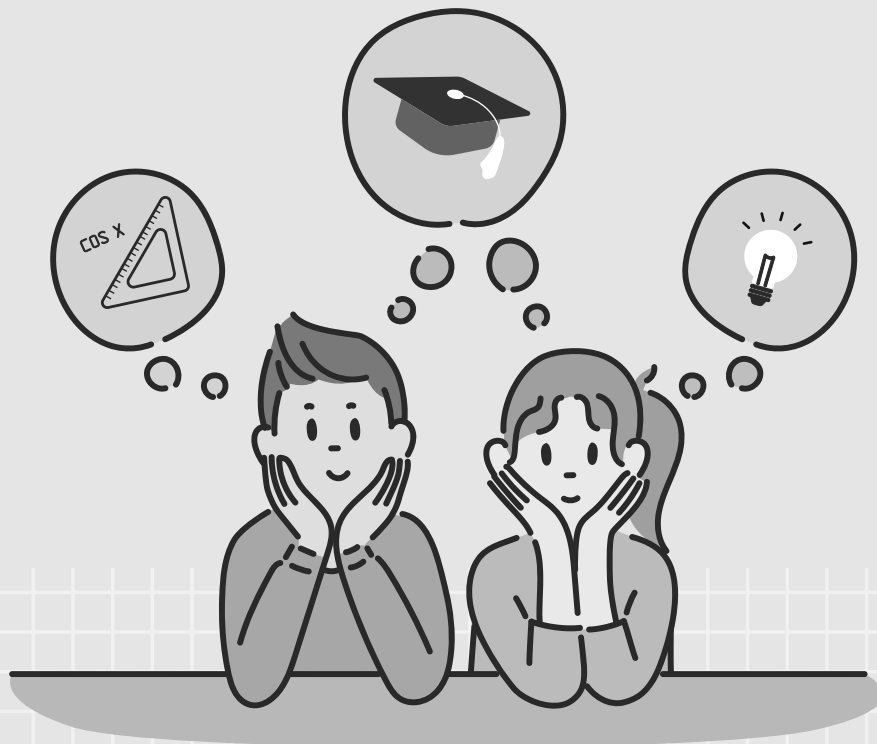
$$\sqrt{4} - \sqrt{9} = 1$$

$$-1 = 1 \quad \text{ซึ่งเป็นไปไม่ได้ แสดงว่าใช้ไม่ได้}$$



Part 2

แนวข้อสอบ



แนวข้อสอบ PAT 1 ชุดที่ 1

สแกนเพื่อดูวิดีโอคลิป



PAT1#1

ตอนที่ 1 : ปรนัย 35 ข้อ ข้อละ 6 คะแนน

1. กำหนดให้

$$U = \{-5, -4, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$A = \{x \in U \mid 2x - 1 \notin U\}$$

$$B = \{x \in U \mid x^2 > 5x\}$$

$$C = \{x \in U \mid \sqrt{x+1} \in U\}$$

จำนวนสมาชิกของเซต $(A - B) \times (B \cup C)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 6
 2. 10
 3. 12
 4. 20
 5. 24
2. กำหนดให้ P และ Q เป็นประพจน์ที่ $(\sim P) \wedge (P \rightarrow Q)$ มีค่าความจริงเป็นจริง พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) $(\sim P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow \sim Q)$ มีค่าความจริงเป็นจริง(ข) $P \leftrightarrow (Q \wedge \sim Q)$ มีค่าความจริงเป็นจริง(ค) $(P \wedge Q) \rightarrow Q$ มีค่าความจริงเป็นจริง

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ข้อ (ก) และข้อ (ข) ถูก แต่ข้อ (ค) ผิด
 2. ข้อ (ก) และข้อ (ค) ถูก แต่ข้อ (ข) ผิด
 3. ข้อ (ข) และข้อ (ค) ถูก แต่ข้อ (ก) ผิด
 4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ
 5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ
3. กำหนดให้ a, b, c, m และ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่สอดคล้องกับ $1 < a < b \leq c$ และ $am = bn = c$ พิจารณา
อสมการต่อไปนี้

$$(ก) \frac{a}{m} > \frac{c}{n}$$

$$(ข) bm < c$$

$$(ค) n + mn > c + mc$$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ข้อ (ก) และ ข้อ (ข) ถูก แต่ข้อ (ค) ผิด
2. ข้อ (ก) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ข้อ (ข) ผิด
3. ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ข้อ (ก) ผิด
4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ
5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ



35. กำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง 0 ถึง z ดังตาราง

z	0.7	1.3	2.42
พื้นที่ใต้เส้นโค้ง	0.2580	0.4032	0.4922

คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่งมีการแจกแจงปกติ และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 20 คะแนน นาย ก. และนาย ข. เป็นนักเรียนในห้องนี้ นาย ก. สอบได้คะแนนเป็นสองเท่าของคะแนนสอบของนาย ข. และคะแนนสอบของนาย ก. คิดเป็นคะแนนมาตรฐานเท่ากับ 1.3 ถ้ามีนักเรียนร้อยละ 24.2 ที่สอบได้คะแนนน้อยกว่าคะแนนสอบของนาย ข. แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบครั้งนี้เท่ากับเท่าใด

1. 50
2. 51
3. 52
4. 53
5. 54

ตอนที่ 2 : อดทน 10 ข้อ ข้อละ 9 คะแนน

36. ให้ A เป็นเซตคำตอบจำนวนเต็มทั้งหมดของสมการ $\log_2(2^{\sqrt{x}} + (2x)^{\log x} - 4^{\log 8}) = (\sqrt{2})^{\log_2 x}$ แล้วผลคูณของสมาชิกทั้งหมดในเซต A เท่ากับเท่าใด
37. กำหนดให้ F_1 และ F_2 เป็นโฟกัสของไฮเพอร์โบลารูปหนึ่งซึ่งมีสมการเป็น $5x^2 - 4y^2 - 10x - 16y = 31$ ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนจริง ที่ทำให้วงกลม $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ มี $F_1 F_2$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง แล้วค่าของ $(a + b + c)^2$ เท่ากับเท่าใด
38. กำหนดให้ f และ g เป็นฟังก์ชัน ที่นิยามโดย $f(x) = x^2 - x + a$ และ $g(x) = x^2 + bx$ สำหรับทุกจำนวนจริง x เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็ม ถ้า $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ สำหรับทุกจำนวนจริง x แล้ว $f(b) - f(a)$ เท่ากับเท่าใด
39. ให้ $f(x) = 5 - x^2$ สำหรับทุกจำนวนจริง x และให้ R_f เป็นเรนจ์ของ f

$$\text{ถ้า } g(x) = \begin{cases} f(x+1) & ; x \in R_f \\ 1 & ; x \notin R_f \end{cases}$$

ค่าของ $(f \circ g)(8) - (g \circ g)(3)$ เท่ากับเท่าใด

40. กำหนดให้ A เป็นเมทริกซ์ที่มีมิติ 3×3 โดยที่ $\det(A) = 7$ และเมทริกซ์ผกผันของ A คือ

$$\text{adj}(A) = \begin{bmatrix} -4 & -1 & x \\ -2 & x & -2 \\ 1 & -5 & 1 \end{bmatrix} \text{ เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนจริงบวก}$$

ค่าของ $\det(x\text{adj}(A))$ เท่ากับเท่าใด

41. ให้ $\cos A = -\frac{3}{5}$ และ $\sin A > 0$ เมื่อ $\frac{5 \sin A + \cot A}{1 + \cot A \operatorname{cosec} A}$ เท่ากับเท่าใด

42. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยที่มุม C เป็นมุมฉาก และมุม A สอดคล้องกับสมการ $2 \cos 2A - 8 \sin A + 3 = 0$ ให้ a, b และ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุม A มุม B และมุม C ตามลำดับ ถ้า $a + c = 30$ ค่าของ $a \sin A + b \sin B + c \sin C$ เท่ากับเท่าใด

43. กำหนดให้ x, y, z และ k เป็นจำนวนจริงที่สอดคล้องกับ

$$2^x = 1 + k, 2^y = 2^x + 2 \text{ และ } 2^z = 2^y + 4$$

ถ้า x, y, z เป็นลำดับเลขคณิต แล้ว $2x + 3y + 4z$ เท่ากับเท่าใด

44. ให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิตของจำนวนจริง โดยที่ $a_1 + a_3 = 7$ และ $a_2 + a_4 + a_6 + a_8 = 74$ ค่าของ $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{40}$ เท่ากับเท่าใด

45. ให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิตของจำนวนจริงบวก โดยมีผลบวก n พจน์แรกของลำดับเท่ากับ $3n^2 + 2n$ สำหรับ $n = 1, 2, 3, \dots$ ถ้า

$$\frac{1}{2}a_2 + \frac{1}{2^2}a_{2^2} + \frac{1}{2^3}a_{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{20}}a_{2^{20}} = m$$

แล้วจำนวนเต็มบวกที่มากที่สุดที่น้อยกว่า m เท่ากับเท่าใด

