

สรุปหลักคิด | พิชิตใจทย์

คณิตศาสตร์

ม.3

มั่นใจเต็ม 100



เรียนรู้ ทบทวน ครบถ้วน กระชับ

พร้อมกับตะลุยโจทย์ด้วยเทคนิคที่เข้าใจง่าย
ประยุกต์ใช้ได้จริง เพื่อปูพื้นฐานให้แน่นขึ้น
และคว้าเกรดที่ดีกว่า

● สรุปเนื้อหาครบ เข้มข้น ตรงตามหลักสูตร
แกนกลางฯ พ.ศ. 2551

● แนววิธีคิดพิชิตใจทย์ เป็นระบบ ง่าย พร้อมให้
เทคนิคการคิดที่เร็วกว่า

● ตะลุยโจทย์จากง่ายไปยาก เน้นความเข้าใจ
อธิบายละเอียดกว่า

เกรด 4 ทำได้ไม่ยากเลย

- ทบทวนเป็นประจำ
- ทำแบบฝึกหัดให้มากขึ้น
- เรียนรู้เทคนิควิธีคิดใหม่ๆ

คณิตศาสตร์ ถ้าจับหลักได้ ก็ง่ายไปเลย

ผู้จัดทำ: กาญจนสารานุกรมศรี

Part 1 คู่มือคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 1

บทที่ 1	พื้นที่ผิวและปริมาตร	3
	รูปเรขาคณิตสามมิติ	3
	สำรวจปริซึม.....	5
	สำรวจทรงกระบอก.....	8
	สำรวจพีระมิด.....	11
	สำรวจกรวย	13
	สำรวจวงกลม.....	15
	ปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอก	15
	แบบฝึกหัด 1.2 ก.....	16
	ตัวอย่างการหาขนาดของตู้เย็น	28
	ตัวอย่างการหาขนาดของอาคารลูกเต๋า.....	28
	แบบฝึกหัด 1.2 ข.....	29
	เรื่องน่ารู้เกี่ยวกับปริมาตรของทรงกระบอก (เท่ากันหรือไม่).....	38
	ความสัมพันธ์ระหว่างสี่เหลี่ยมมุมฉากกับปริมาตรของทรงกระบอก (มีขนาดเท่าไร).....	39
	ตัวอย่างการหาปริมาตรของทรงกระบอก (น่าคิด).....	41
	ปริมาตรของพีระมิดและกรวย	42
	แบบฝึกหัด 1.3 ก.....	42
	ตัวอย่างการหาปริมาตรหนึ่งในเจ็ดของสิ่งมีชีวิตของโลกยุคโบราณ	49
	ตัวอย่างการหาปริมาตรของพีระมิด (พีระมิดปริศนา)	50
	ตัวอย่างประยุกต์การหาปริมาตร (ช่วยคิดหน่อย).....	51
	ตัวอย่างประยุกต์การหาปริมาตรของกรวย (ทำได้หลายแบบ)	53
	แบบฝึกหัด 1.3 ข.....	54
	ตัวอย่างการหาปริมาตรคิวบอคตะฮีรอน (คิดได้ไหม)	60
	ปริมาตรของทรงกลม.....	61
	แบบฝึกหัด 1.4	61
	ความสัมพันธ์ระหว่างสี่เหลี่ยมมุมฉากกับทรงกลม (คิดได้หรือไม่)	67
	พื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอก	68
	แบบฝึกหัด 1.5	69
	ตัวอย่างประยุกต์การหาปริมาตรทรงกลม (รู้ลึกเรื่องโลก).....	83
บทที่ 2	กราฟ	87
	กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้น	87
	แบบฝึกหัด 2.1	88



ตัวอย่างเพิ่มความเข้าใจความสัมพันธ์เชิงเส้น (บอกได้หรือไม่).....	99
กราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	100
แบบฝึกหัด 2.2 ก.....	102
ตัวอย่างการใช้งานกราฟของ $y = -\frac{C}{B}$, $B \neq 0$	107
ตัวอย่างการใช้งานกราฟของ $y = -\frac{C}{A}$, $A \neq 0$	111
ตัวอย่างการเขียนกราฟ (ลองเขียนดู).....	114
ความสัมพันธ์ระหว่างสมการกับกราฟ (เกี่ยวข้องกันอย่างไร).....	116
ความสัมพันธ์ระหว่างสมการกับกราฟ (ตัดกันที่จุดใด).....	117
แบบฝึกหัด 2.2 ข.....	118
แบบฝึกหัด 2.3	127
ตัวอย่างการใช้งานกราฟ (บอลกระทบพื้น).....	135
ตัวอย่างประยุกต์การใช้งานกราฟ (คู่ของใคร).....	136

บทที่ 3 ระบบสมการเชิงเส้น139

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร.....	139
แบบฝึกหัด 3.1	141
แบบฝึกหัด 3.2	149
แบบฝึกหัด 3.3	165
ตัวอย่างประยุกต์ใช้การแก้สมการ (หาได้อย่างไร).....	193

บทที่ 4 ความคล้าย.....195

รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน.....	195
ตัวอย่างความคล้าย (รูปคู่ใดคล้ายกัน).....	196
สมบัติของความคล้ายกัน	197
การสำรวจรูปหลายเหลี่ยม.....	197
แบบฝึกหัด 4.1	198
รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน.....	202
ตัวอย่างการใช้งานความคล้าย (ลองหาดู).....	203
ตัวอย่างการคิดเกี่ยวกับความคล้าย (คิดได้ไหม).....	204
แบบฝึกหัด 4.2 ก.....	205
แบบฝึกหัด 4.2 ข.....	218
แบบฝึกหัด 4.3	222

Part 2 คู่มือคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2

บทที่ 1 อสมการ.....237

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	237
แบบฝึกหัด 1.1	238
การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	243

การแก้อสมการ (น่าคิด).....	244
แบบฝึกหัด 1.2	245
ตัวอย่างการแก้อสมการ (บอกน้อยยธิ)	257
โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว.....	259
แบบฝึกหัด 1.3	259
ตัวอย่างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการ (คิดน้อย).....	266
ตัวอย่างการแก้อสมการอิงรูปสามเหลี่ยม	268

บทที่ 2 ความน่าจะเป็น 271

ความน่าจะเป็น	271
ตัวอย่างความน่าจะเป็น (คิดอย่างไร).....	271
ตัวอย่างความน่าจะเป็น (ได้เปรียบหรือไม่).....	272
การทดลองสุ่มและเหตุการณ์	273
ตัวอย่างการทดลองสุ่ม (เป็นหรือไม่)	274
แบบฝึกหัด 2.2	274
ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์	279
แบบฝึกหัด 2.3	280
ตัวอย่างความน่าจะเป็น (คาดการณ์อย่างไร).....	290
ตัวอย่างความน่าจะเป็น (ช่วยกันตรวจรับ).....	292
ความน่าจะเป็นกับการตัดสินใจ	292
ตัวอย่างการคำนวณค่าคาดหวัง (ห่วยทอง)	293
ตัวอย่างการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ (ได้หรือไม่).....	294
ตัวอย่างการคำนวณความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ (สลากกินแบ่งรัฐบาล).....	298
ตัวอย่างประยุกต์ใช้ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ (ลิลาวดีลูกผสม).....	300

บทที่ 3 สถิติ..... 303

ตัวอย่างการดำเนินการทางสถิติ (มีขั้นตอนอย่างไร).....	303
ข้อมูลและการนำเสนอข้อมูล	304
ตารางแจกแจงความถี่ และตารางแจกแจงความถี่ของข้อมูลที่เป็นอันตรภาคชั้น.....	304
ฮิสโทแกรม	306
ตัวอย่างการบอกประเภทของข้อมูล (บอกได้ไหม)	308
ตัวอย่างการนำเสนอข้อมูลในรูปตาราง (ตารางบอกอะไร).....	308
ตัวอย่างการนำเสนอข้อมูลในรูปแผนภูมิแท่ง (หมวกกันน็อก).....	310
ตัวอย่างการนำเสนอข้อมูลด้วยแผนภูมิรูปวงกลม (ตอบได้ไหม).....	311
ตัวอย่างการนำเสนอข้อมูลในรูปกราฟเส้น (ข้าวหอมมะลิ)	312
กราฟเส้นแสดงปริมาณการส่งออกข้าวหอมมะลิไทยเป็นรายเดือนใน พ.ศ. 2544-2547	
(มีหน่วยเป็นตัน).....	312
ตัวอย่างการนำเสนอข้อมูลในรูปตาราง (วันสงกรานต์).....	313
ตัวอย่างการนำเสนอข้อมูลในรูปตารางแจกแจงความถี่ (แรงงานขั้นต่ำ).....	317
ตัวอย่างการนำเสนอข้อมูลในรูปตารางแจกแจงความถี่ (เอตส์)	319



แบบฝึกหัด 3.1	321
ตัวอย่างการเลือกการนำเสนอข้อมูล (แบบไหนดี)	327
ค่ากลางของข้อมูล	328
แบบฝึกหัด 3.2 ก.....	331
แบบฝึกหัด 3.2 ข.....	335
ตัวอย่างการใช้ค่ากลางข้อมูล (ตัดสินใจอย่างไร)	345
การกระจายของข้อมูล.....	346
ตัวอย่างการหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (หาได้เช่นเดียวกัน).....	348
แบบฝึกหัด (การกระจายข้อมูล).....	349
คะแนนเรื่องน่ารู้เกี่ยวกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (คิดแล้วสนุก)	357
เส้นโค้งปกติ	357
แบบฝึกหัด (เส้นโค้งปกติ).....	359
ความคลาดเคลื่อนทางสถิติ	361
ตัวอย่างเกี่ยวกับความคลาดเคลื่อนทางสถิติ (เชื่อถือได้หรือไม่).....	361
ตัวอย่างความคลาดเคลื่อนทางสถิติ (ภาพลวงตา).....	362
ตัวอย่างความคลาดเคลื่อนทางสถิติ (ประชากรของประเทศไทย).....	363

บทที่ 4 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ 367

กิจกรรมพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์.....	368
กิจกรรมชุดที่ 1-1 (มีอยู่เท่าไร).....	368
กิจกรรมชุดที่ 1-2 (มีอยู่กี่จำนวน).....	372
กิจกรรมชุดที่ 2-1 (มีพื้นที่เป็นเท่าไร)	374
กิจกรรมชุดที่ 2-2 (ได้เท่าไร).....	378
กิจกรรมชุดที่ 3-1 (นับอย่างไร)	379
กิจกรรมชุดที่ 3-2 (นับได้เท่าไร).....	383
กิจกรรมชุดที่ 4-1 (กัตัวกันแน่).....	387
กิจกรรมชุดที่ 4-2 (คิดตามจิต)	388
กิจกรรมชุดที่ 4-3 (คิดได้หลายวิธี).....	391
กิจกรรมชุดที่ 5 (ลัดชั้นตอน)	395
กิจกรรมชุดที่ 6-1 (พื้นที่ได้กราฟ).....	396
กิจกรรมชุดที่ 6-2 (ใจเย็นๆ ค่อยๆ คิด).....	401
ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับตรีโกณมิติ.....	408
กิจกรรมชุดที่ 7-1 (ลองทำดู)	408
กิจกรรมชุดที่ 7-2 (บอกได้ไหม).....	411
กิจกรรมชุดที่ 7-3 (ลองหาดู)	413
กิจกรรมชุดที่ 7-4 (ลองคิดดู).....	415
กิจกรรมชุดที่ 7-5 (คิด).....	418
กิจกรรมชุดที่ 7-6 (หอเอนเมืองปิซา (Tower of Pisa))	419

» PART «

1

คู่มือคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 1

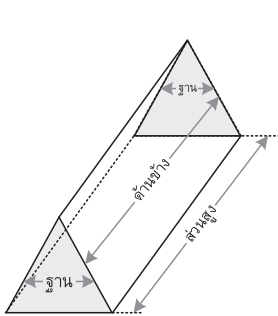


พื้นที่ผิวและปริมาตร

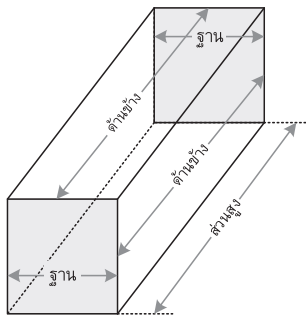
รูปเรขาคณิตสามมิติ

รูปเรขาคณิตสามมิติในหัวข้อนี้ มีดังนี้

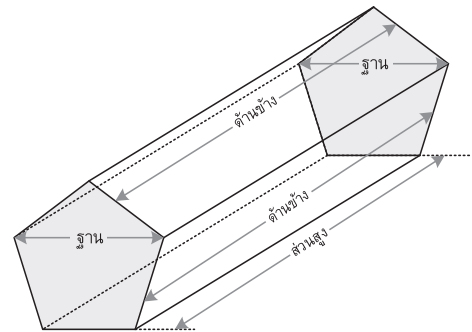
1. **ปริซึม** คือ รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐาน 2 ด้านเป็นรูปเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ โดยฐานทั้ง 2 อยู่บนระนาบเดียวกัน และมีด้านข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ตัวอย่างดังรูป



ปริซึมฐานสามเหลี่ยม

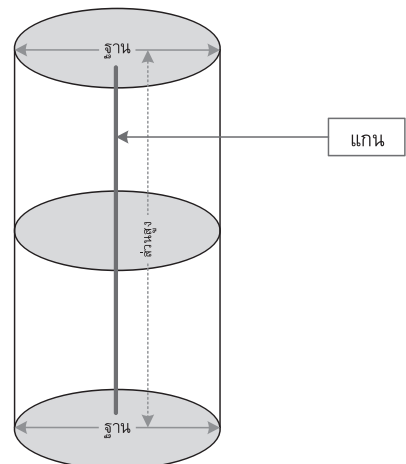


ปริซึมฐานสี่เหลี่ยม



ปริซึมฐานห้าเหลี่ยม

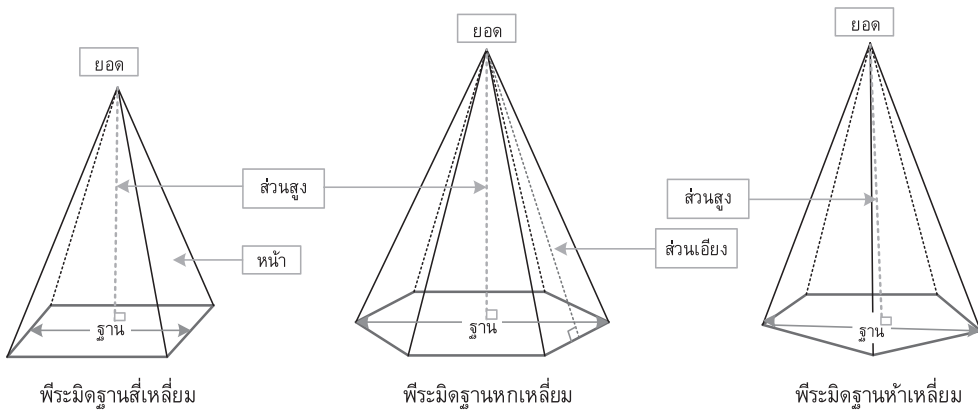
2. **ทรงกระบอก** คือ รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐาน 2 ด้านเป็นรูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการ โดยฐานทั้ง 2 อยู่บนระนาบเดียวกัน และเมื่อนำระนาบที่ขนานกับฐานมาตัด ก็จะได้หน้าตัดเป็นรูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการกับฐาน ตัวอย่างดังรูป



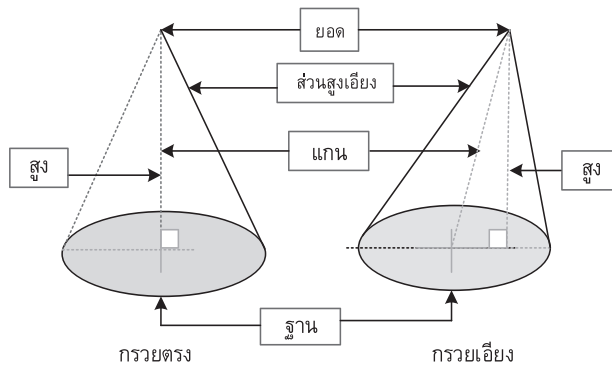
ทรงกระบอก



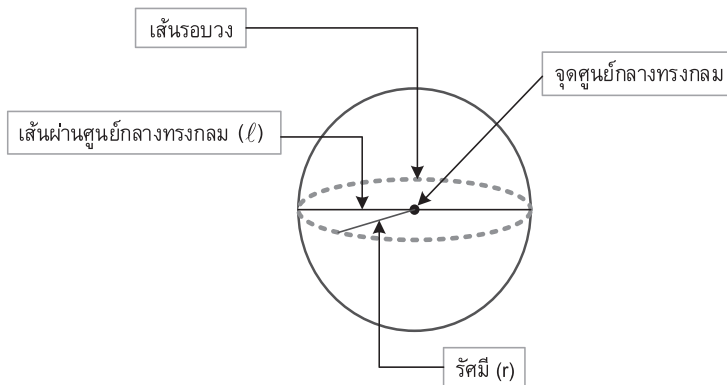
3. **พีระมิด** คือ รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมใดๆ มียอดแหลมที่ไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐาน และหน้าทุกหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดร่วมกันที่ยอดแหลมนั้น ตัวอย่างดังรูป



4. **กรวย** คือ รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานเป็นวงกลม มียอดแหลมที่ไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐาน และเส้นที่ต่อระหว่างจุดยอดและจุดใดๆ บนขอบของฐานเป็นส่วนของเส้นตรง ตัวอย่างดังรูป



5. **ทรงกลม** คือ รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีผิวโค้งเรียบ และจุดทุกจุดบนผิวโค้งอยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งเป็นระยะเท่ากัน โดยจุดคงที่ คือ จุดศูนย์กลาง และระยะที่เท่ากัน คือ รัศมีของทรงกลม ตัวอย่างดังรูป



จากรูปทรงกลมจะได้อัตราสัมพันธ์ระหว่างรัศมี (r) เส้นผ่านศูนย์กลาง (ℓ) และเส้นรอบวง โดยให้ $\pi = \frac{22}{7}$ ดังนี้

(1) เส้นผ่านศูนย์กลาง (ℓ) = $2 \times$ ความยาวรัศมี = $2r$

(2) เส้นรอบรูปของวงกลม = $2\pi r$

ตัวอย่างเช่น วงกลมวงหนึ่ง มีรัศมียาว 7 เซนติเมตร จะมีความยาวของเส้นรอบวงกลมเท่าไร

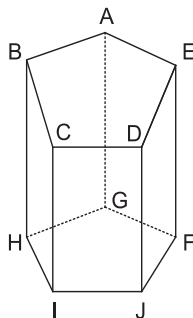
วิธีทำ เนื่องจากรัศมี (r) = 7

$$\begin{aligned} \text{เส้นรอบรูปของวงกลม} &= 2\pi r \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \\ &= 44 \text{ เซนติเมตร} \end{aligned}$$

ดังนั้น ความยาวของเส้นรอบวงกลมนี้เท่ากับ 44 เซนติเมตร

สำรวจปริซึม

- ให้นักเรียนพิจารณารูปของปริซึมห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า แล้วตอบคำถามต่อไปนี้



- ปริซึมนี้มีหน้าทั้งหมดกี่หน้า

ตอบ มี 7 หน้า ประกอบด้วยหน้า ABCDE, AGHB, BHIC, CIJD, DJFE, EFGA และ GHIJF

- รูปเหลี่ยมที่เป็นฐานของปริซึมมีกี่รูป ได้แก่รูปใดบ้าง

ตอบ มี 2 รูป ประกอบด้วยรูป ABCDE และ GHIJF

- รูปเหลี่ยมที่เป็นด้านข้างของปริซึมมีกี่รูป ได้แก่รูปใดบ้าง

ตอบ มี 5 รูป ประกอบด้วยรูป AGHB, BHIC, CIJD, DJFE และ EFGA

- รูปเหลี่ยมที่เป็นด้านข้างทุกรูปเท่ากันทุกประการหรือไม่

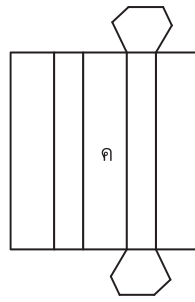
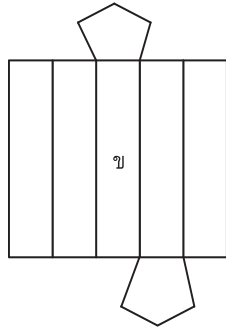
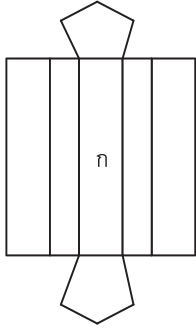
ตอบ เท่ากันทุกประการ เนื่องจากเป็นรูปเหลี่ยมของปริซึมห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

- ส่วนสูงของปริซึมมีความยาวเท่ากับส่วนของเส้นตรงใด

ตอบ \overline{AG} , \overline{BH} , \overline{CI} , \overline{DJ} และ \overline{EF}



6) รูปใดต่อไปนี้เป็นรูปคลี่ของปริซึมห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า



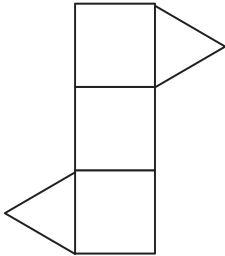
ตอบ รูป ข เนื่องจากประกอบด้วยรูปสี่เหลี่ยมที่เป็นด้านข้างของปริซึมเท่ากันทั้ง 5 หน้า และมีฐานเท่ากันทั้ง 2 หน้า

2. รูปคลี่ในแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นรูปคลี่ของปริซึมชนิดใด

เทคนิคการพิจารณา

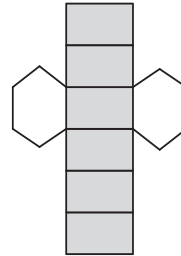
- ก. ลักษณะรูปเหลี่ยมของฐานปริซึมทั้ง 2 หน้า
- ข. ลักษณะรูปเหลี่ยมด้านข้าง และจำนวนหน้าของปริซึม

1)



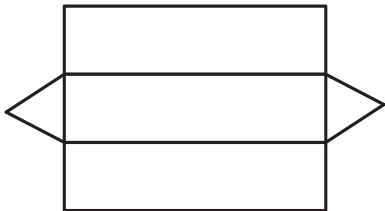
ตอบ ปริซึมสามเหลี่ยม

2)



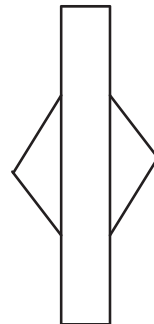
ตอบ ปริซึมหกเหลี่ยม

3)



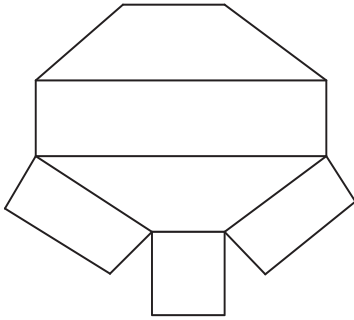
ตอบ ปริซึมสามเหลี่ยม

4)



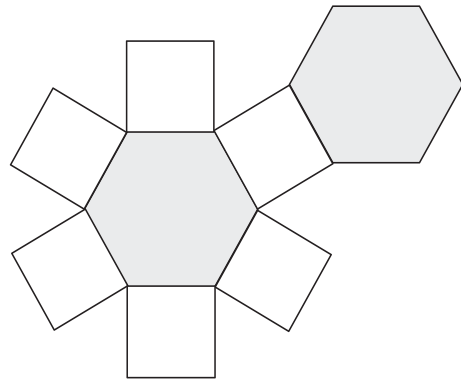
ตอบ ปริซึมสามเหลี่ยม

5)



ตอบ ปริซึมสี่เหลี่ยม

6)



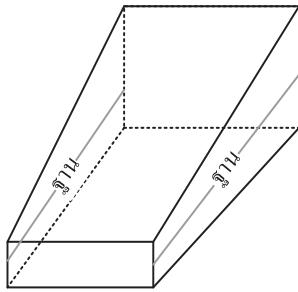
ตอบ ปริซึมหกเหลี่ยม

3. รูปในแต่ละข้อต่อไปนี้ ข้อใดเป็นรูปของปริซึม

เทคนิคการพิจารณา

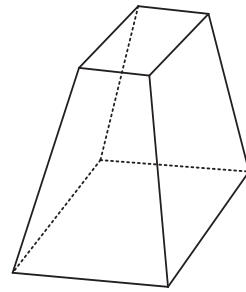
ปริซึมมีฐาน 2 หน้าเท่ากัน และมีรูปเหลี่ยมด้านข้างประกอบกัน

1)



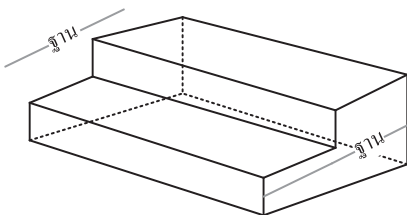
ตอบ เป็นปริซึมสี่เหลี่ยม

2)



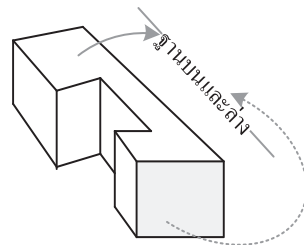
ตอบ ไม่เป็นปริซึม เนื่องจากฐานทั้ง 2 หน้า ไม่เท่ากัน

3)



ตอบ เป็นปริซึมหลายเหลี่ยม

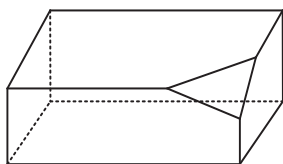
4)



ตอบ เป็นปริซึมหลายเหลี่ยม



5)

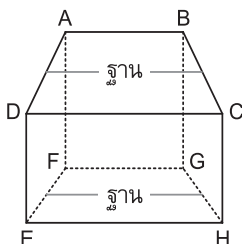


ตอบ ไม่เป็นปริซึม เนื่องจากฐานทั้ง 2 หน้า ไม่เท่ากัน

ตอบ รูปที่เป็นปริซึม คือ ข้อ 1), ข้อ 3) และข้อ 4)

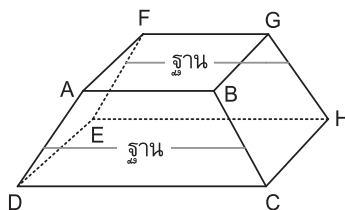
4. รูปในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นรูปของปริซึม จงระบุฐานทั้ง 2 ของปริซึม

1)



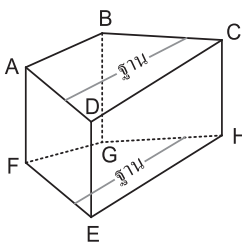
ตอบ ฐานของปริซึม คือ $\square ABCD$ และ $\square FEHG$

2)



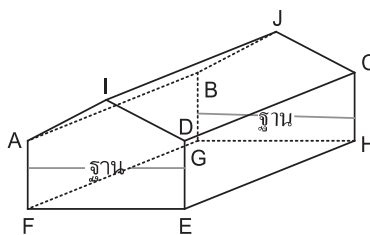
ตอบ ฐานของปริซึม คือ $\square ABCD$ และ $\square FGHE$

3)



ตอบ ฐานของปริซึม คือ $\square ABCD$ และ $\square FEHG$

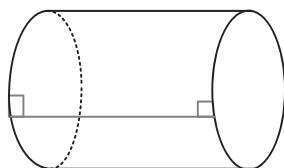
4)



ตอบ ฐานของปริซึม คือ รูป AFEDI และรูป BGHCJ

สำรวจทรงกระบอก

1. ให้นักเรียนนำวัสดุที่มีลักษณะเป็นทรงกระบอกฐานเปิดทำด้วยกระดาษ เช่น แกนของม้วนกระดาษทิชชู มาปฏิบัติตามขั้นตอนและตอบคำถามต่อไปนี้



- 1) (เป็นคำถามเชิงปฏิบัติ)
- 2) ตัดทรงกระบอกตามแนวส่วนสูงและคลี่ออก จะได้รูปคลี่เป็นรูปอะไร ให้นักเรียนวาดรูปคลี่นั้น

ตอบ รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ดังรูป

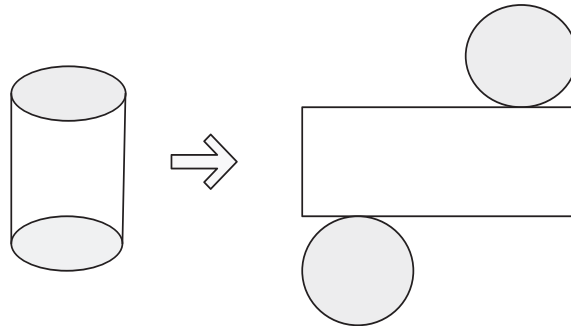


- 3) วัดความกว้างและความยาวของรูปคลี่ที่ได้จากข้อ 2)

ตอบ ความกว้างและความยาวที่วัดได้ ขึ้นอยู่กับขนาดของทรงกระบอกฐานเปิด เช่น กว้าง 10 เซนติเมตร และยาว 15 เซนติเมตร

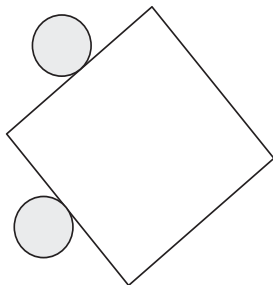
- 4) เปรียบเทียบความสูงและความยาวของเส้นรอบวงกลมที่หาได้ในข้อ 1) กับความกว้างและความยาวที่หาได้ในข้อ 3) พร้อมทั้งระบุความยาวของส่วนใดบ้างที่เท่ากัน

ตอบ ความสูงของทรงกระบอกเท่ากับความกว้างของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ความยาวของเส้นรอบวงกลมที่เป็นฐานของทรงกระบอกเท่ากับความยาวรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ดังรูป

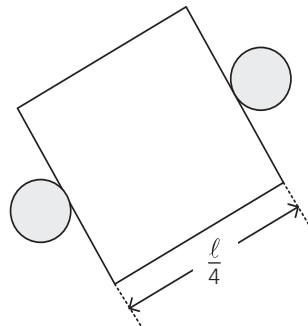


2. รูปในข้อใดบ้างเป็นรูปคลี่ของทรงกระบอก และถ้าด้านที่คลี่ออกมาเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีความยาวรอบรูปเป็น ℓ หน่วย แล้วฐานของทรงกระบอกแต่ละฐานมีความยาวของเส้นรอบวงเป็นเท่าใด

1)

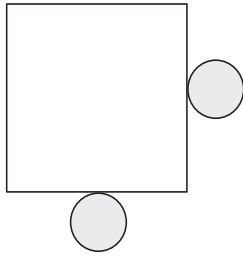


2)

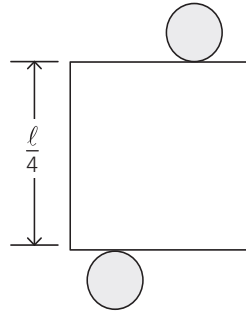




3)



4)



ตอบ รูปคลี่ออกที่เป็นทรงกระบอก คือ ข้อ 2) และข้อ 4) เพราะเป็นรูปที่มีฐาน 2 ด้านอยู่ตรงข้ามกันของสี่เหลี่ยมจัตุรัส และถ้าม้วนรูปกลับก็จะได้เป็นทรงกระบอก ดังรูปต่อไปนี้

รูปคลี่ในข้อ 2) ก่อนม้วน	รูปคลี่ในข้อ 4) ก่อนม้วน	รูปคลี่ออก แล้วม้วนเป็นทรงกระบอก

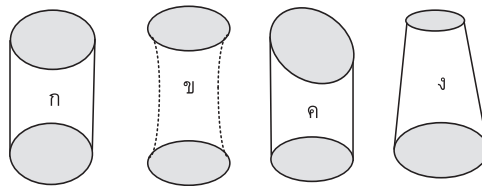
ส่วนความยาวเส้นรอบวงของฐานทรงกระบอกจะเท่ากับ 1 ใน 4 ของความยาวรอบรูป หรือ $\frac{l}{4}$ หน่วย แต่ถ้าทราบความยาวรัศมี (r) สูตรการหาความยาวเส้นรอบวงกลมที่ใช้ คือ $2\pi r$

ดังนั้น จะได้ ความยาวเส้นรอบวงของฐานทรงกระบอก = ความยาวเส้นรอบวงกลม

$$\text{นั่นคือ } 2\pi r = \frac{l}{4} \quad \text{หรือจะได้ } r = \frac{l}{8\pi}$$

ดังนั้น ฐานของทรงกระบอกแต่ละหน้ามีความยาวของเส้นรอบวงเป็น $\frac{l}{4}$ หน่วย โดยมีรัศมียาว $\frac{l}{8\pi}$ หน่วย

3. นักเรียนคิดว่ารูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้ รูปใดเป็นทรงกระบอก และรูปใดไม่เป็นทรงกระบอก จงอธิบาย



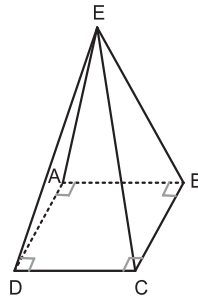
ตอบ รูป ก เป็นทรงกระบอก เพราะมีฐานทั้ง 2 ฐานเป็นวงกลมที่เท่ากันและขนานกัน และความสูงเท่ากับความยาวของแกนทรงกระบอก

รูป ข, ค และ ง ไม่เป็นทรงกระบอก เพราะ

- ① รูป ข มีส่วนเว้าเข้าหาแกน ซึ่งทำให้หน้าตัดวงกลมที่ขนานกับฐานไม่เท่ากันตลอดความสูงของทรงกระบอก
- ② รูป ค มีฐานด้านบนและด้านล่างไม่เท่ากันและไม่ขนานกัน และความสูงของทรงกระบอกไม่เท่ากับความสูงของแกน
- ③ รูป ง มีวงกลมที่เป็นฐานด้านบนและด้านล่างไม่เท่ากัน

สำรวจพีระมิด

1. ให้นักเรียนพิจารณารูปของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

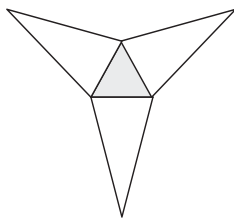


- 1) รูปเหลี่ยมใดคือฐานของพีระมิด
ตอบ $\triangle ABCD$
 - 2) พีระมิดนี้มีกี่หน้า มีกี่เส้น และทุกเส้นยาวเท่ากันหรือไม่
ตอบ มี 4 หน้า คือ $\triangle EAB$, $\triangle EAD$, $\triangle EDC$ และ $\triangle ECB$
มี 4 เส้น คือ \overline{EA} , \overline{ED} , \overline{EC} และ \overline{EB} และทุกเส้นยาวเท่ากัน
 - 3) หน้าของพีระมิดเป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด
ตอบ รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
 - 4) หน้าทุกหน้าของพีระมิดเท่ากันทุกประการหรือไม่ หน้าคู่ใดบ้างที่เท่ากันทุกประการ
ตอบ ไม่เท่ากันทุกประการทุกหน้า แต่มีหน้าที่อยู่ตรงข้ามกันเท่ากันทุกประการทุกหน้า คือ $\triangle EAB \cong \triangle EDC$ และ $\triangle EAD \cong \triangle ECB$
2. รูปคลี่ต่อไปนี้ เป็นรูปคลี่ของพีระมิดชนิดใด

เทคนิคการพิจารณา

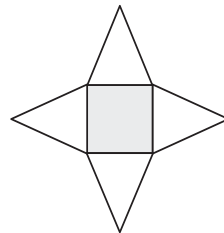
ให้พิจารณาจากลักษณะรูปเหลี่ยมของฐานพีระมิด ถ้าฐานของพีระมิดเป็นรูปใด ก็จะเป็นพีระมิดชนิดนั้น

1)



ตอบ พีระมิดฐานสามเหลี่ยม

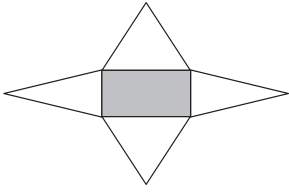
2)



ตอบ พีระมิดฐานสี่เหลี่ยม

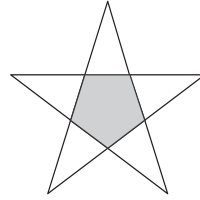


3)



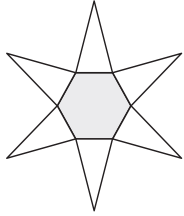
ตอบ พีระมิดฐานสี่เหลี่ยม

4)



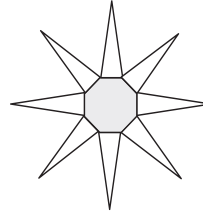
ตอบ พีระมิดฐานห้าเหลี่ยม

5)



ตอบ พีระมิดฐานหกเหลี่ยม

6)



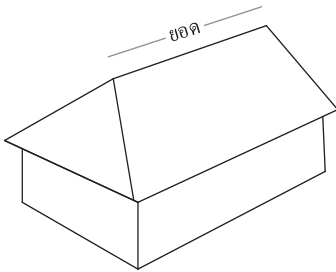
ตอบ พีระมิดฐานแปดเหลี่ยม

3. หลังคาบ้านในข้อใดมีลักษณะเป็นพีระมิด จงให้เหตุผล

เทคนิคการพิจารณา

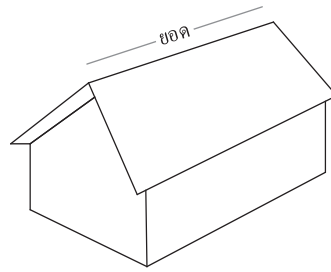
ลักษณะของพีระมิดจะมีจุดยอดแหลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น

1)



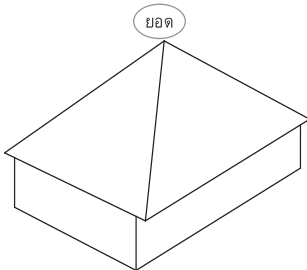
ตอบ ไม่เป็นพีระมิด เพราะยอดมีความยาวเท่ากับหลังคาบ้าน

2)



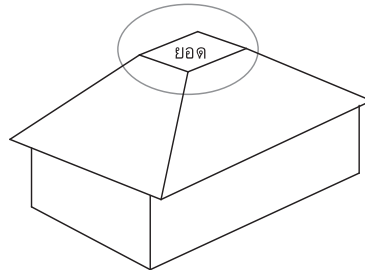
ตอบ ไม่เป็นพีระมิด เพราะยอดมีความยาวเท่ากับหลังคาบ้าน

3)



ตอบ เป็นพีระมิด เพราะมียอดแหลมเพียงจุดเดียว

4)

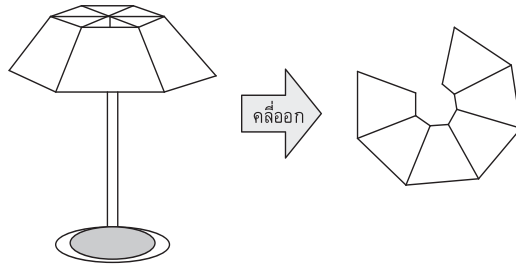


ตอบ ไม่เป็นพีระมิด เพราะยอดเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ตอบ ข้อ 3) เป็นพีระมิดเพียงข้อเดียว เพราะมียอดแหลมเพียงจุดเดียว

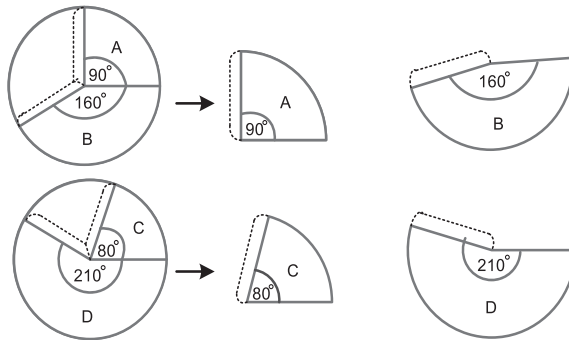
4. ให้นักเรียนเขียนรูปคลี่ของส่วนที่ครอบดวงไฟของโคมไฟที่มีลักษณะดังรูป

ตอบ จะได้รูปคลี่ออกที่มี 6 หน้า



สำรวจกรวย

1. ให้นักเรียนเขียนวงกลม 2 วงบนแผ่นกระดาษให้มีรัศมี 10 เซนติเมตร แบ่งมุมที่จุดศูนย์กลางดังรูป ตัดกระดาษรูปวงกลมทั้ง 2 เป็น 4 ชิ้น คือ A, B, C และ D แล้วประกอบกระดาษแต่ละชิ้นให้ได้กรวยฐานเปิด 4 อัน



โจทย์ข้อนี้ มีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนทราบที่มาและเห็นองค์ประกอบของกรวย ซึ่งสามารถนำความรู้ที่ได้จากกิจกรรมฝึกปฏิบัติไปตอบคำถามในข้อต่อไป

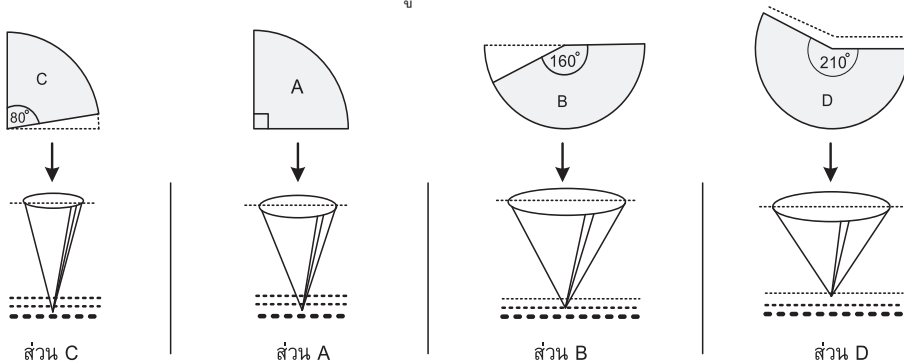
2. พิจารณากรวยที่ได้ในข้อ 1. แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

1) ส่วนสูงของกรวยทั้ง 4 อันยาวเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ เท่ากัน เพราะมีความยาวเท่ากับรัศมีของวงกลมที่ตัดจากกระดาษ คือ 10 เซนติเมตร

2) ส่วนสูงของกรวยทั้ง 4 อันยาวเท่ากันหรือไม่ ถ้าไม่เท่ากัน กรวยใดสูงที่สุด และกรวยใดเตี้ยที่สุด

วิธีคิด การพิจารณาความสูงของกรวย ให้พิจารณาจากขนาดของมุมด้านในของชิ้นส่วนวงกลม หรือขนาดพื้นที่ของชิ้นส่วนวงกลมก็ได้ ดังรูป





ดังนั้น กรวย 4 อันเรียงลำดับความสูงจากมากไปน้อยดังนี้ C, A, B และ D ตามลำดับ

ตอบ ไม่เท่ากัน กรวยสูงที่สุด คือ กรวย C และกรวยเตี้ยที่สุด คือ กรวย D

3) พื้นฐานของกรวยเกี่ยวข้องกับขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมเดิมอย่างไร

ตอบ ขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมใหญ่กว่า จะทำให้พื้นฐานกรวยมากตามไปด้วย ในทางตรงข้าม ถ้าขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมเล็กกว่า จะทำให้พื้นฐานกรวยน้อยตามไปด้วย นั่นคือ ขนาดพื้นฐานของกรวย ขึ้นอยู่กับขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมเดิม

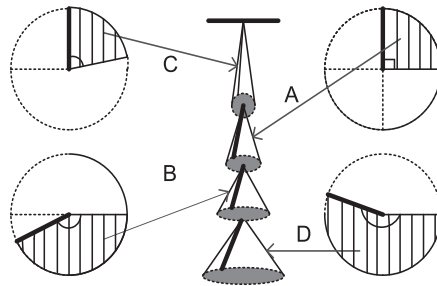
4) ฐานของกรวยใดมีพื้นที่มากที่สุด

ตอบ กรวย D เพราะขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมเดิมมากที่สุด คือ 210 องศา

5) ขอบของฐานกรวยคือส่วนใดของรูปวงกลมเดิม

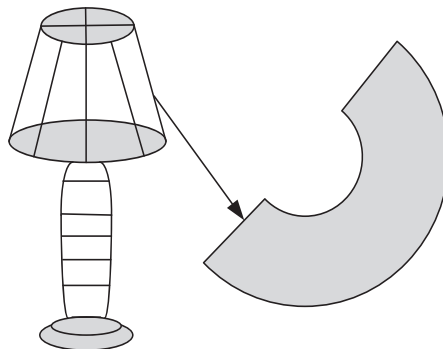
ตอบ ส่วนโค้งของวงกลม หรือส่วนของเส้นรอบวงกลม

6) ถ้านำกรวยทั้งสี่ที่ได้มาร้อยเรียงกันเป็นโมบาย ดังรูปด้านล่าง กรวยใดทำจากกระดาษ A, B, C และ D



ตอบ จากรูป จะเห็นว่า ด้านล่างสุดเป็นกรวยฐานขนาดใหญ่และเตี้ยที่สุด แล้วเรียงลำดับขึ้นไปจนถึงกรวยสูงที่สุด ดังนั้น ลำดับการเรียงกรวยจากล่างขึ้นบน คือ D, B, A และ C ตามลำดับ

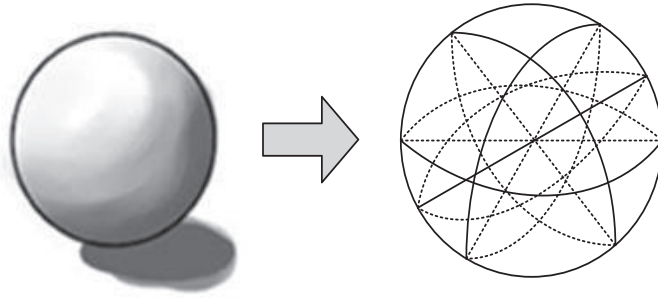
3. ให้นักเรียนเขียนรูปคลี่ของส่วนที่ครอบดวงไฟของโคมไฟที่มีลักษณะดังรูป



ตอบ จากรูปข้อนี้ จะได้ส่วนที่ครอบดวงไฟของโคมไฟเป็นรูปครึ่งวงกลม

สำรวจวงกลม

กำหนดทรงกลม ดังรูป ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้



- ถ้านักเรียนแต่ละคนนำระนาบมาตัดทรงกลมที่กำหนดให้ แล้วหน้าตัดที่ได้เป็นรูปอะไร
ตอบ รูปวงกลมขนาดต่างๆ กัน โดยวงกลมที่มีระนาบผ่านจุดศูนย์กลางจะเป็นวงกลมที่ใหญ่ที่สุด
- หน้าตัดที่นักเรียนแต่ละคนได้ในข้อ 1. มีขนาดเท่ากันทุกรูปหรือไม่
ตอบ ไม่เท่ากันทุกรูป โดยหน้าตัดของวงกลม จะขึ้นอยู่กับตำแหน่งของระนาบที่ถูกตัดออกจากทรงกลม
- วงกลมใหญ่ของทรงกลมที่กำหนดให้ มีกี่วง
ตอบ มีหลายวงนับไม่ถ้วน เพราะระนาบที่ผ่านจุดศูนย์กลางของทรงกลม มีได้มากมายหลายทิศทาง
- ถ้ากำหนดจุดจุดหนึ่งบนทรงกลม จะมีวงกลมใหญ่ผ่านจุดนี้ได้กี่วง
ตอบ มีหลายวงนับไม่ถ้วน เพราะระนาบที่ผ่านจุดจุดหนึ่งของทรงกลม มีได้มากมายหลายทิศทาง

ปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอก

1. การหาปริมาตรของปริซึม

ปริมาตรของปริซึมต่างๆ หาได้จากสูตร

$$\text{ปริมาตรของปริซึมใดๆ} = \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{ความสูง}$$

โดยการหาพื้นที่ฐาน จะต้องพิจารณาว่าปริซึมนั้นเป็นปริซึมฐานแบบใด ดังนี้

- (1) ปริซึมฐานสี่เหลี่ยมมุมฉาก สามารถหาพื้นที่ฐานจากสูตร

$$\text{พื้นที่ฐาน} = \text{ความกว้าง} \times \text{ความยาว}$$

- (2) ปริซึมฐานสามเหลี่ยม สามารถหาพื้นที่ฐานจากสูตร

$$\text{พื้นที่ฐาน} = \frac{1}{2} \times \text{ความยาวฐาน} \times \text{ความสูง}$$

การหาปริมาตรของปริซึมที่มีความซับซ้อน อาจต้องทำการแยกส่วนปริซึมนั้นๆ ออกมาเป็นส่วนย่อย แล้วคำนวณปริมาตรของส่วนย่อยเหล่านั้น หลังจากนั้นจึงนำเอาปริมาตรที่หาได้ในแต่ละส่วนมารวมกัน



2. การหาปริมาตรของทรงกระบอก

ปริมาตรของทรงกระบอก หาได้จากสูตร

$$\text{ปริมาตรของปริซึมใดๆ} = \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$$

โดยพื้นที่ฐานของทรงกระบอก หาได้จากฐานที่เป็นรูปวงกลม ดังนี้

พื้นที่รูปวงกลม = πr^2 เมื่อ r เป็นความยาวรัศมีของวงกลม

ดังนั้น จะได้สูตรปริมาตรของทรงกระบอก = $\pi r^2 h$ เมื่อ h เป็นความสูงของทรงกระบอก

แบบฝึกหัด 1.2 ก

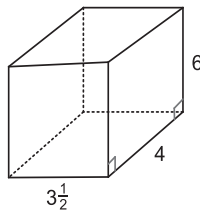
Note

หลักการสำคัญในการหาปริมาตรของปริซึม

1. การหาคำตอบต้องอ่านโจทย์ให้เข้าใจและใช้ข้อมูลที่โจทย์บอกมาเพื่อการคำนวณ
2. หาพื้นที่ฐานและความสูง
 - พื้นที่ฐานปริซึมสี่เหลี่ยม = ความกว้าง \times ความยาว
 - พื้นที่ฐานปริซึมสามเหลี่ยม = $\frac{1}{2} \times$ ความยาวฐาน \times ความสูง
3. นำพื้นที่ฐานคูณกับความสูงตามสูตร
ปริมาตรของปริซึม = พื้นที่ฐาน \times สูง
4. ถ้าโจทย์ไม่มีรูป ควรวาดรูปประกอบ เพื่อให้เห็นภาพที่ชัดเจนขึ้น
5. ควรมีความรู้ในเรื่องการแปลงหน่วยของขนาด ความยาว หรือปริมาตรให้ตรงกับคำถามในโจทย์

1. จงหาปริมาตรของปริซึมต่อไปนี้ (ความยาวที่กำหนดให้มีหน่วยเป็นเซนติเมตร)

1)



วิธีทำ จากรูปที่โจทย์กำหนด จะเห็นว่า เป็นปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีฐานกว้าง $3\frac{1}{2}$ หรือ 3.5 เซนติเมตร ยาว 4 เซนติเมตร และมีความสูง 6 เซนติเมตร

จากสูตรปริมาตรของปริซึม = พื้นที่ฐาน \times สูง

แต่โจทย์ข้อนี้ไม่ได้บอกขนาดพื้นที่ฐานมาให้ เราจึงต้องหาพื้นที่ฐานก่อน

เนื่องจากพื้นที่ฐานของสี่เหลี่ยมมุมฉากใดๆ = กว้าง \times ยาว

จะได้พื้นที่ฐานรูปนี้ = $3\frac{1}{2} \times 4 = 14$ ตารางเซนติเมตร

ดังนั้น ปริมาตรของปริซึมนี้ = $14 \times 6 = 84$ ลูกบาศก์เซนติเมตร

ตอบ ปริมาตรของปริซึมนี้เท่ากับ 84 ลูกบาศก์เซนติเมตร

คณิตศาสตร์

ม.3

มั่นใจเต็ม 100



สรุปเนื้อหา สูตร และคุณสมบัติที่ควรรู้
สรุปครบถ้วนทั้งเนื้อหา ที่มา สูตร และวิธีการ
ใช้งาน เพื่อให้นักเรียนใช้งานคล่องไม่ต้อง
ท่องจำเยอะ

คิดคำนวณ
ตีโจทย์
วิธีคิด

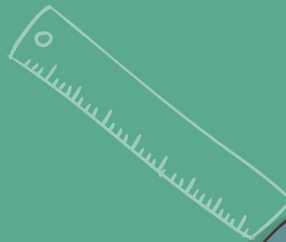
แนววิธีคิด ทั้งตีโจทย์ และการคิดคำนวณ
เชื่อมโยงจากความรู้สู่ทักษะการคิด ตีความ
วิเคราะห์ เพื่อให้แก้ปัญหาได้อย่างเป็นขั้น
เป็นตอน และประยุกต์ใช้ได้จริง



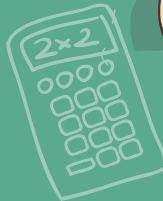
แบบฝึกหัดเข้มข้น หลายระดับ เฉลยละเอียด
คิดสรรโจทย์คณิตศาสตร์หลากหลาย ให้ฝึกฝน
กันอย่างเพียงพอ เข้าใจทั้งในห้องเรียน และทำ
ข้อสอบได้เกรดสูงกว่า

วิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้น ม.3 อาจทำให้นักเรียนหลายคนกลัว เบื่อ และ
ท้อแท้ จนทำให้ผลการเรียนแย่งลง หากสะสมไว้นานย่อมทำให้พื้นฐาน
การเรียนในชั้นที่สูงขึ้นไปแย่ไปด้วย หนังสือเล่มนี้เข้าใจความรู้สึกดังกล่าว
เราจึงออกแบบเนื้อหาเพื่อให้ปัญหานี้หมดไป พร้อมกับสร้างทักษะที่ดีกว่า
ให้น้องๆ ม.3

การเริ่มต้นทบทวนด้วยความเข้าใจจึงเป็นสิ่งสำคัญ ต้องเข้าใจที่มาของสูตร
แล้วจึงมาฝึกฝนทักษะในการตีความโจทย์ ฝึกวิธีคิดที่พลิกแพลงด้วยโจทย์
แต่ละระดับ ฝึกฝนบ่อยๆ ให้มากเพียงพอ เท่านั้นคณิตศาสตร์ก็จะกลายเป็น
เรื่องง่าย ทำข้อสอบได้ เกรดออกมาน่าดีใจ และถึงจะไม่ชอบคณิตศาสตร์
แต่ก็จะไม่เกลียดคณิตศาสตร์อย่างแน่นอน



123



ผู้สืบทอด ภาณุอนสารานุกรม

บรรณาธิการ
กิตตินันท์ พลสวัสดิ์

ผู้ช่วยบรรณาธิการ
ปรีดาภรณ์ ภาณุอนสารานุกรม

จัดจำหน่ายโดย **IDC**
ISBN 885-916-100-374-8
265 บาท
8 859161 003748