

$$\frac{y}{x-z} = \frac{y+x}{z} = \frac{x}{z}$$

$$\sqrt[3]{2(3x+6)} - \sqrt[3]{3(2x-5)} = 3$$

Think
Beyond

มัธยมศึกษา

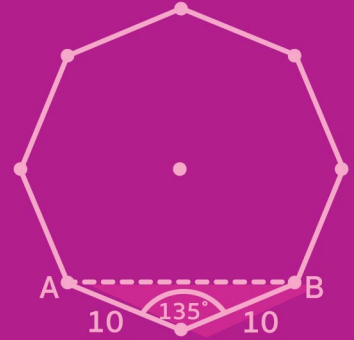
แนวข้อสอบตัวเข้ม

คณิต

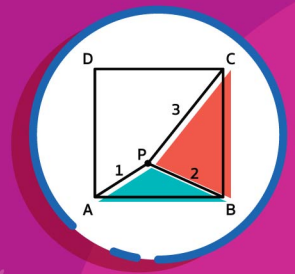
ม.ต้น

JSO

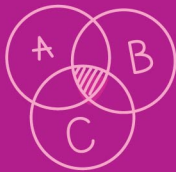
- แนวข้อสอบเหมือนจริงและทันสมัย
- เพิ่มทักษะการคิดวิเคราะห์ด้วยการแก้ปัญหาโจทย์ที่ยากและซับซ้อน
- เหมาะสำหรับผู้ที่สนใจการสอบทั้ง JSO สอน. และ สสวท.



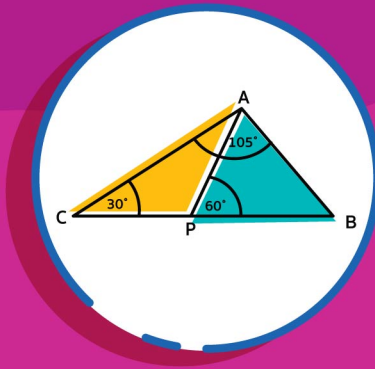
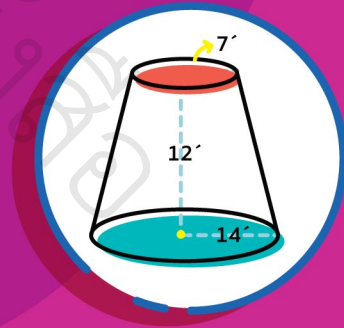
$$\frac{\tan \theta}{\sec \theta - 1} + \frac{\tan \theta}{\sec \theta + 1}$$



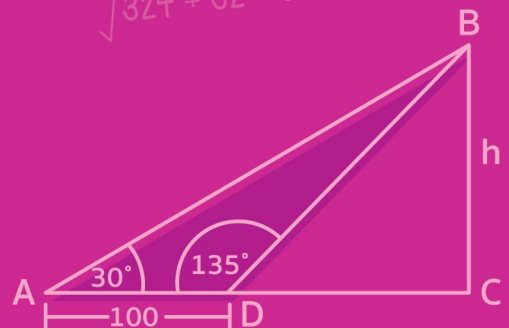
$$1 + \frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{5}{16} + \frac{3}{16} + \dots \infty$$



$$2^{222} - ((2^3)^2)^2$$



$$\sqrt{324 + 32 \times 36 \times 87 \times 99}$$



อ.ธีรยุทธ กิติพฤตนิพัทธ์

สารบัญ

แนวข้อสอบ

แนวข้อสอบแข่งขันโอลิมปิกวิชาการระดับชาติ

ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (IJSO) สาขาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 6

แนวข้อสอบแข่งขันโอลิมปิกวิชาการระดับชาติ

ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (IJSO) สาขาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 17

แนวข้อสอบแข่งขันโอลิมปิกวิชาการระดับชาติ

ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (IJSO) สาขาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3 27

แนวข้อสอบแข่งขันโอลิมปิกวิชาการระดับชาติ

ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (IJSO) สาขาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4 36

แนวข้อสอบแข่งขันโอลิมปิกวิชาการระดับชาติ

ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (IJSO) สาขาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 5 47

แนวข้อสอบแข่งขันโอลิมปิกวิชาการระดับชาติ

ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (IJSO) สาขาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6 57

เฉลยแนวข้อสอบ

เฉลยแนวข้อสอบแข่งขันโอลิมปิกวิชาการระดับชาติ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (IJSO) สาขาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1	68
เฉลยแนวข้อสอบแข่งขันโอลิมปิกวิชาการระดับชาติ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (IJSO) สาขาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2	87
เฉลยแนวข้อสอบแข่งขันโอลิมปิกวิชาการระดับชาติ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (IJSO) สาขาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3	102
เฉลยแนวข้อสอบแข่งขันโอลิมปิกวิชาการระดับชาติ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (IJSO) สาขาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4	120
เฉลยแนวข้อสอบแข่งขันโอลิมปิกวิชาการระดับชาติ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (IJSO) สาขาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 5	138
เฉลยแนวข้อสอบแข่งขันโอลิมปิกวิชาการระดับชาติ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (IJSO) สาขาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6	155

แนวข้อสอบแข่งขันโอลิมปิกวิชาการระดับชาติ
ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (IJSO)

สาขาคณิตศาสตร์

ชุดที่ 1'



1. กำหนดให้ $A : B = 2 : \frac{5}{2}$, $C : D = \frac{3}{4} : 5$ และ $C : B = 6.5 : 3$

จงหา $A : D$ มีค่าเท่าใด

1. $72 : 195$
2. $18 : 325$
3. $2 : 3$
4. $5 : 2$

2. จงหาคำตอบของ $\sqrt{17 + 12\sqrt{2}} - \sqrt{28 - \sqrt{108}} - \sqrt{8} + \sqrt{27}$

1. 1
2. 2
3. 3
4. 4

3. จงหาค่า $\left(\frac{5^{3n+1} + 5^{2n+1}}{5^{2n+1} + 5^{n+1}}\right)^{\frac{1}{n}} + \left(\frac{6 \times 2^{2n} - 4 \times 2^{2n-2}}{2^{n+1} \times 2^n}\right)^{\frac{1}{n}}$

1. 7.5
2. 8
3. 8.5
4. 7

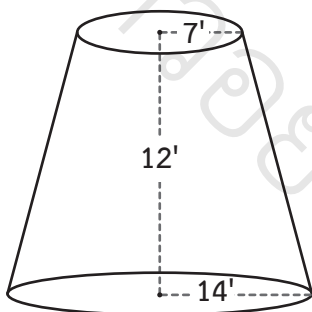




7. ถ้าทรงกระบอกตรงมีปริมาตรเท่ากับทรงกลม และทรงกระบอกมีพื้นที่ผิวข้างเท่ากับพื้นที่ผิวทรงกลมแล้ว ทรงกระบอกจะมีส่วนสูงเป็นกี่เท่าของรัศมีฐาน

1. 4.0 เท่า
2. 4.3 เท่า
3. 4.5 เท่า
4. 4.7 เท่า

8. จงหาพื้นที่ผิวทั้งหมดของกรวยยอดตัดดังรูป ($\pi = \frac{22}{7}$)



1. 1690.06
2. 1962.32
3. 1900.32
4. 1692.23

9. กำหนดสมการ $x^2 - 3x + \frac{36}{x} + \frac{144}{x^2} - 28 = 0$ ถ้า α คือรากสมการที่มีค่ามากที่สุด และ β คือรากสมการที่มีค่าน้อยที่สุด จงหาค่า $\alpha - \beta$ มีค่าเป็นเท่าใด

1. 7
2. 8
3. 9
4. 10

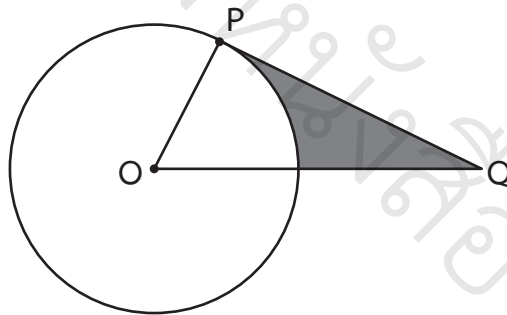




13. บริษัทแห่งหนึ่งกำหนดราคาสินค้าสูงกว่าราคาในท้องตลาด 10% ปรากฏว่าขายไม่ดี จึงจำเป็นต้องประกาศลดราคาลง บริษัทนั้นจะต้องประกาศว่าลดกี่เปอร์เซ็นต์ของราคาที่กำหนดไว้แล้ว จึงจะทำให้ราคาขายเท่ากับราคาในท้องตลาด

1. 10%
2. $9\frac{1}{11}\%$
3. $10\frac{1}{11}\%$
4. $11\frac{1}{10}\%$

14. PQ สัมผัสวงกลม O ที่จุด P ถ้ารัศมีของวงกลม O ยาว 6 หน่วย และ $\angle PQO = 30^\circ$ จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา



1. $18\sqrt{3} - 6\pi$
2. $18 - 6\pi$
3. $10\sqrt{3} - 8\pi$
4. $16\sqrt{3} - 8\pi$





17. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน 3 ห้อง

ห้อง ก ได้คะแนนเฉลี่ย 60 คะแนน จากนักเรียน 50 คน

ห้อง ข ได้คะแนนเฉลี่ย 70 คะแนน จากนักเรียน 40 คน

ห้อง ค ได้คะแนนเฉลี่ย 65 คะแนน จากนักเรียน 45 คน

จงหาคะแนนเฉลี่ยรวมทั้งสามห้อง

1. 60.5
2. 64.63
3. 65.23
4. 67.29

18. จงแก้สมการ $x - 4 < \sqrt{x - 4}$

1. $4 < x < 5$
2. $4 \leq x < 5$
3. $3 < x < 5$
4. $5 < x < 6$

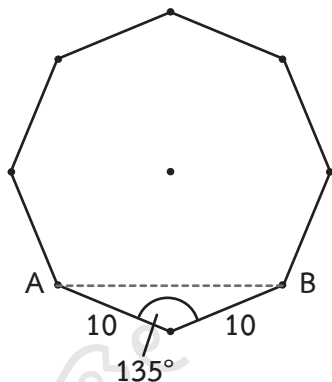
19. จงหาค่าของ $\frac{(6 + \sqrt{35})^{\frac{3}{2}} - (6 - \sqrt{35})^{\frac{3}{2}}}{(4 + \sqrt{15})^{\frac{3}{2}} + (4 - \sqrt{15})^{\frac{3}{2}}}$

1. $\frac{12}{7}$
2. $\frac{13}{7}$
3. $\frac{11}{5}$
4. 1





22. รูปแปดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีด้านยาวด้านละ 10 เซนติเมตร จงหาความยาวของเส้นทแยงมุมเส้นที่สั้นที่สุด



1. $\sqrt{10 + \sqrt{2}}$
2. $10 + \sqrt{2}$
3. $10\sqrt{2}$
4. $10\sqrt{2 + \sqrt{2}}$

23. พาราโบลา $y = ax^2 - 20$ ตัดกับเส้นตรง $y = kx + m$ ที่จุด (x_1, y_1) และ (x_2, y_2) ถ้า $x_1 + x_2 = 2$ และ $y_1 + y_2 = 12$ ถ้า $m - k = \frac{10}{11}$ แล้ว $k - a$ มีค่าเท่าใด

1. $\frac{12}{11}$
2. $\frac{13}{11}$
3. $\frac{14}{11}$
4. $\frac{15}{11}$

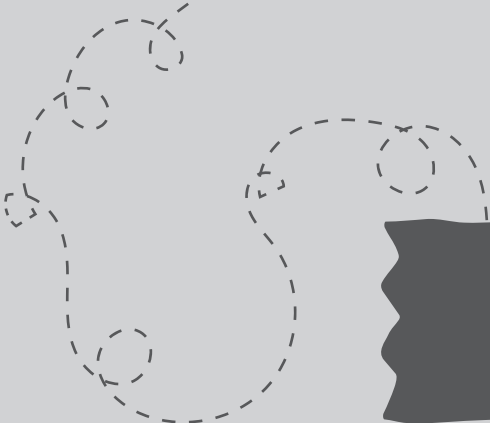
24. ถ้า $x^2 - x - 6$ เป็นตัวประกอบพหุนาม $x^4 - ax^3 + bx - 12$ แล้ว $a^2 - b$ มีค่าเท่าไร

1. 3
2. 4
3. 5
4. 6

แนวข้อสอบ

ชุดที่ 1





เฉลย

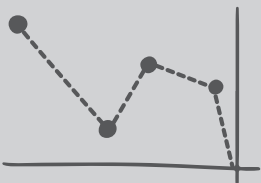
แนวข้อสอบแข่งขันโอลิมปิกวิชาการระดับชาติ
ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (IJSO)



สาขาคณิตศาสตร์



ชุดที่ 1'





ข้อ 1. เฉลย 2.

วิธีคิด

$$\begin{array}{l}
 A : B \\
 B : C \\
 C : D \\
 A : B : C : D = \frac{18}{4} : \frac{45}{8} : \frac{195}{16} : \frac{325}{4} \\
 \therefore A : D = \frac{18}{4} : \frac{325}{4} \\
 = 18 : 325
 \end{array}$$

ข้อ 2. เฉลย 4.

วิธีคิด

$$\begin{aligned}
 & \sqrt{17 + 12\sqrt{2}} - \sqrt{28 - \sqrt{108}} - \sqrt{8} + \sqrt{27} \\
 &= \sqrt{17 + 12\sqrt{2}} - \sqrt{28 - 2\sqrt{27}} - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} \\
 &= \sqrt{(\sqrt{9} + \sqrt{8})^2} - \sqrt{(\sqrt{27} - 1)^2} - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} \\
 &= \sqrt{9} + \sqrt{8} - (\sqrt{27} - 1) - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} \\
 &= 3 + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{3} + 1 - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} \\
 &= 4
 \end{aligned}$$

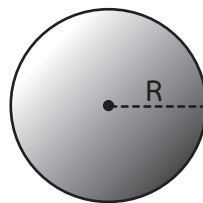
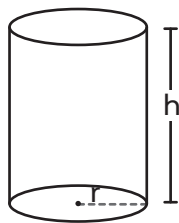
เฉลยแนวข้อสอบ

ชุดที่ 1





ข้อ 7. เฉลย 3.



วิธีคิด

$$V = \pi r^2 h \quad \text{①}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \quad \text{②}$$

$$S = 2\pi r h \quad \text{③}$$

$$S = 4\pi R^2 \quad \text{④}$$

$$\text{①} = \text{②}$$

$$\pi r^2 h = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$h = \frac{4}{3} \frac{R^3}{r^2} \quad \text{⑤}$$

$$\text{③} = \text{④}$$

$$2\pi r h = 4\pi R^2$$

$$r = \frac{2R^2}{h} \quad \text{⑥}$$

$$r = \frac{2R^2 \times r^2}{\frac{4}{3} R^3}$$

$$r = \frac{3}{2} \frac{r^2}{R}$$

$$\frac{2R}{3} = r$$

$$R = \frac{3r}{2} \rightarrow \frac{R}{r} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{R^4}{r^4} = \frac{81}{16}$$

$$\text{⑤} \div \text{⑥}$$

$$\frac{h}{r} = \frac{4}{3} \frac{R^3}{r^2} \div \frac{3}{2} \frac{r^2}{R} = \frac{4}{3} \frac{R^3}{r^2} \times \frac{2R}{3r^2}$$

$$= \frac{8}{9} \frac{R^4}{r^4} = \frac{8}{9} \times \frac{81}{16} = \frac{9}{2} = 4.5$$

เฉลยแนวข้อสอบ

ชุดที่ 1





ข้อ 9. เฉลย 4.

วิธีคิด $x^2 - 3x + \frac{36}{x} + \frac{144}{x^2} - 28 = 0$

x^2 คูณตลอด

$$x^4 - 3x^3 + 36x + 144 - 28x^2 = 0$$

$$x^4 - 3x^3 - 28x^2 + 36x + 144 = 0$$

$$(x + 2)(x^3 - 5x^2 - 18x + 72) = 0$$

$$(x + 2)(x - 3)(x^2 - 2x - 24) = 0$$

$$(x + 2)(x - 3)(x - 6)(x + 4) = 0$$

$$x = -4, -2, 3, 6$$

$$\alpha = 6 \quad \beta = -4$$

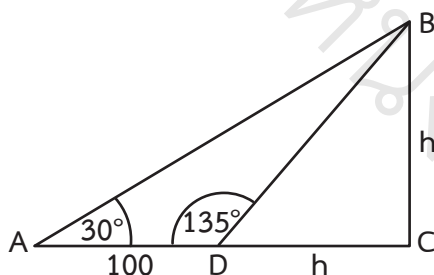
$$\alpha - \beta = 6 - (-4) = 10$$

การหารสังเคราะห์

-2	1	-3	-28	36	144
		-2	10	36	-144
3	1	-5	-18	72	0
		3	-6	-72	
	1	-2	-24	0	

ข้อ 10. เฉลย 2.

วิธีคิด



$$\angle BDC = 45^\circ \therefore CD = h = BC$$

$$\therefore \tan 30^\circ = \frac{h}{100 + h}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{100 + h}$$

$$100 + h = \sqrt{3} h$$

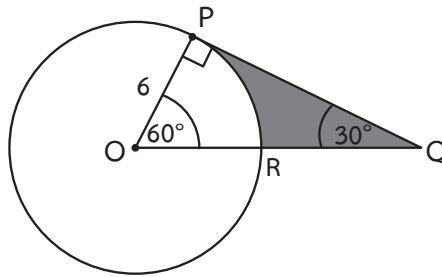
$$100 = \sqrt{3} h - h$$

$$h = \frac{100}{\sqrt{3} - 1} = 50 + 50\sqrt{3}$$



 π Σ

ข้อ 14. เฉลย 1.



วิธีคิด พื้นที่แรเงา = พื้นที่ $\triangle PQO$ - พื้นที่เซกเตอร์ POR

$$= \frac{1}{2} \times PQ \times 6 - \frac{60}{360} \pi \times 6^2$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{6}{\tan 30^\circ} \times 6 - \frac{1}{6} \times 36\pi$$

$$= 18\sqrt{3} - 6\pi$$

ชุดที่ 1

เฉลยแนวข้อสอบ

ข้อ 15. เฉลย 3.

วิธีคิด $xy^2z^2 = 12$ _____ ①

$x^2yz^2 = -36$ _____ ②

$x^2y^2z = 18$ _____ ③

② $\div$ ① $= \frac{x}{y} = -3; x = -3y$

② $\div$ ③ $= \frac{z}{y} = -2; z = -2y$

③ $\div$ ① $= \frac{x}{z} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$

$xy^2z^2 = 12$

$(-3y)y^2(-2y)^2 = 12$

$-12y^5 = 12$

$y^5 = -1$

$y = -1$

$x = 3 \quad y = -1 \quad z = 2$



ข้อ 19. เฉลย 2.

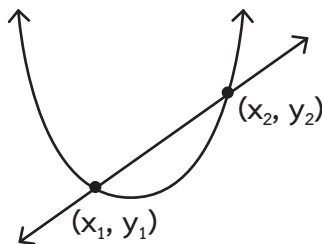
$$\begin{aligned}
 \text{วิธีคิด} \quad & \frac{(6 + \sqrt{35})^{\frac{3}{2}} - (6 - \sqrt{35})^{\frac{3}{2}}}{(4 + \sqrt{15})^{\frac{3}{2}} + (4 - \sqrt{15})^{\frac{3}{2}}} \\
 &= \frac{(\sqrt{6 + \sqrt{35}})^3 - (\sqrt{6 - \sqrt{35}})^3}{(\sqrt{4 + \sqrt{15}})^3 + (\sqrt{4 - \sqrt{15}})^3} \\
 &= \frac{\left(\sqrt{6 + \frac{2}{2}\sqrt{35}}\right)^3 - \left(\sqrt{6 - \frac{2}{2}\sqrt{35}}\right)^3}{\left(\sqrt{4 + \frac{2}{2}\sqrt{15}}\right)^3 + \left(\sqrt{4 - \frac{2}{2}\sqrt{15}}\right)^3} \\
 &= \frac{\left(\frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{2}}\right)^3 - \left(\frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{\sqrt{2}}\right)^3}{\left(\frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^3 + \left(\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^3} \\
 &= \frac{(\sqrt{7} + \sqrt{5} - \sqrt{7} + \sqrt{5})((\sqrt{7} + \sqrt{5})^2 + 2 + (\sqrt{7} - \sqrt{5})^2)}{(\sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{3})((\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 + 2 + (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2)} \\
 &= \frac{2\sqrt{5} (7 + 2\sqrt{35} + 5 + 2 + 7 - 2\sqrt{35} + 5)}{2\sqrt{5} (5 + 2\sqrt{15} + 3 - 2 + 5 - 2\sqrt{15} + 3)} \\
 &= \frac{26}{14} = \frac{13}{7}
 \end{aligned}$$





ข้อ 23. เฉลย 3.

วิธีคิด



$$y = ax^2 - 20$$

$$y = kx + m$$

$$\text{ความชัน} = k$$

$$x_1 + x_2 = 2$$

$$y_1 + y_2 = 12$$

$$m - k = \frac{10}{11}$$

$$y_1 = kx_1 + m$$

$$y_2 = kx_2 + m$$

$$\therefore y_1 + y_2 = k(x_1 + x_2) + 2m$$

$$12 = 2k + 2m$$

$$\therefore k = 6 - m$$

$$y = ax^2 - 20 = kx + m$$

$$ax^2 - kx - 20 - m = 0$$

$$x_1 + x_2 = \frac{k}{a} \quad \text{ผลบวกราก}$$

$$\therefore 2 = \frac{k}{a}$$

$$a = \frac{k}{2}$$

$$k + m = 6$$

$$m - k = \frac{10}{11}$$

$$m = \frac{38}{11}$$

$$k = \frac{28}{11}$$

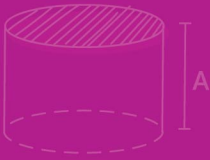
$$a = \frac{14}{11}$$

$$\therefore k - a = \frac{14}{11}$$

เฉลยแนวข้อสอบ

ชุดที่ 1

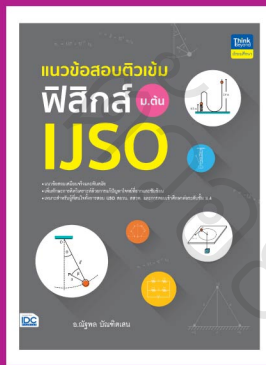




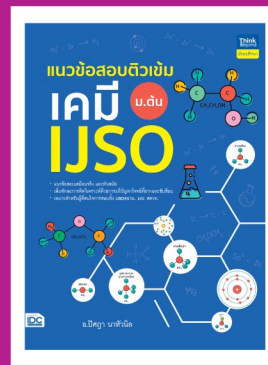
แนะนำหนังสือชุด

“แนวข้อสอบตัวเข้ม IJSO”

หนังสือเล่มนี้จัดทำแนวข้อสอบให้มีความใกล้เคียงกับการสอบโอลิมปิกวิชาการระดับชาติ (IJSO) ม.ต้น โดยข้อสอบจะมีทั้งหมด 6 ชุด ชุดละ 25 ข้อ พร้อมเฉลยละเอียดที่สรุปให้เข้าใจคำตอบได้อย่างชัดเจน ซึ่งเนื้อหาของแนวข้อสอบจะเน้นคิดวิเคราะห์และสังเคราะห์แบบซับซ้อน เพื่อให้เด็กนำทักษะและกระบวนการทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์มาใช้แก้โจทย์ปัญหาให้ได้มากที่สุด



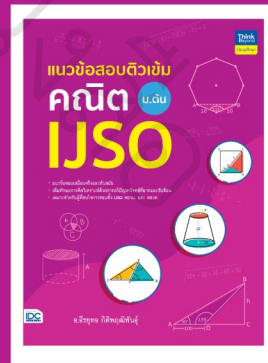
แนวข้อสอบตัวเข้มฟิสิกส์ IJSO
(อ.ณัฐพล บัณฑิตกุล)



แนวข้อสอบตัวเข้มเคมี IJSO
(อ.ปิศภา นาหัวนัล)



แนวข้อสอบตัวเข้มชีววิทยา IJSO
(อ.ภรณ์ สิริรอด)



แนวข้อสอบตัวเข้มคณิต IJSO
(อ.ธีรยุทธ กิตติพทุฒิปันธุ์)

$$\frac{\tan \theta}{\sec \theta - 1} + \frac{\tan \theta}{\sec \theta + 1}$$



$$-\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{5}{16} + \frac{3}{16} + \dots \infty$$

$$a^2 + b^2 = (c^2)^2$$



ซื้อหนังสือสะดวก ส่งถึงบ้านบนช่องทางออนไลน์ที่ Shopee และ Lazada หรือผ่านทางร้านหนังสือออนไลน์ www.serazu.com



thinkbeyond books

ISBN 978-616-449-513-5



9 786164 495135

ราคา 280 บาท