Think Beyond Genius
เพราะทุกสิ่งคือความรู้ที่เราอยากให้คุณ

แนวข้อสอบคณิตศาสตร์
สอบเข้า ม.4 โรงเรียนวิทยาศาสตร์

มหิดลวิทยานุสรณ์
จุฬาภรณราชวิทยาลัย
มอ.วิทยานุสรณ์
กำเนิดวิทย์

และสถาบันชั้นนำทั่วประเทศ

ติวเข้มเตรียมสอบเข้า ม.4 โรงเรียนวิทยาศาสตร์ชั้นนำทั่วประเทศไทย
ด้วยแนวข้อสอบทางด้านคณิตศาสตร์ที่เสริมทักษะรอบด้าน
ทั้งสิ่งที่ควรจำและการประยุกต์ใช้

แนวข้อสอบคณิตศาสตร์ที่นักเรียน
ซึ่งกำลังเตรียมสอบเข้า ม.4
โรงเรียน/สถาบันวิทยาศาสตร์
ต้องรู้ ต้องฝึกฝน และทำให้ได้
ก่อนลงสนามสอบจริง

จัดจำหน่ายโดย IDC PREMIER

สารบัญ

แนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 **7**
เฉลยแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 13

แนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 **41**
เฉลยแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 47

แนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3 **71**
เฉลยแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3 78

แนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4 **99**
เฉลยแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4 106

แนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 5 **127**
เฉลยแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 5 133

แนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6 **151**
เฉลยแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6 157

แนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 7 **175**
เฉลยแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 7 183

แนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 8 **204**
เฉลยแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 8 210

แนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 9 **232**
เฉลยแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 9 240

แนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 10 **267**
เฉลยแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 10 274

แนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 11 **298**
เฉลยแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 11 305

แนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 12 **329**
เฉลยแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 12 335

ตัวอย่างหนังสือ

<u>แบบฝึกหัดปรนัยจำนวน 24 ข้อ มีทั้งหมด 4 ตัวเลือก</u>

1. จงหาค่าของ $743\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{19}+\frac{1}{27}\right)^{-1}$

ก. 2,563 ข. 2,564 ค. 2,565 ง. 2,566

2. จงหาค่าของ $2{,}021\left(\frac{1}{3!}-2{,}020\left(\frac{1}{4!}-\ldots-3\left(\frac{1}{2{,}021!}-2\left(\frac{1}{2{,}022!}-\frac{1}{2{,}023!}\right)\right)\right)\right)$

ก. $\frac{2{,}020}{4{,}045}$ ข. $\frac{2{,}021}{4{,}046}$ ค. $\frac{2{,}023}{4{,}047}$ ง. $\frac{2{,}025}{4{,}048}$

3. จงเปรียบเทียบระหว่าง 999! กับ 500^{999} มีค่าตรงกับข้อใด

ก. $999! > 500^{999}$ ข. $999! < 500^{999}$ ค. $999! = 500^{999}$ ง. ไม่มีข้อใดถูกต้อง

4. จงหาค่าของ $\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}+3}{4\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{6}+\sqrt{10}+5}\right)^2+2\sqrt{2}-1=1$

ก. 5 ข. 4 ค. 3 ง. 2

5. กำหนดให้จำนวน 3 หลัก มีผลรวมเลขโดดเท่ากับ 13 โดยที่เลขโดดหลักสิบมีค่าเป็น 2 เท่าของเลขโดดในหลักร้อย และถ้าสลับที่เลขโดดที่อยู่ด้านริมสุดจะทำให้มีค่ามากกว่าเดิมอยู่ 495 จงหาจำนวน 3 หลักของเลขโดดเดิม

ก. 247 ข. 274 ค. 427 ง. 472

6. กำหนดให้ y เป็นจำนวนนับที่ทำให้ $\sqrt{2^y-615}$ เป็นจำนวนนับ จงหาค่าของ y

ก. 10 ข. 11 ค. 12 ง. 13

7. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนนับที่ทำให้ $a+b:c-a:b+2c=29:2:47$ และ $a^3+b^2-c=2{,}953$ จงหาค่าของ $a+b+c$

ก. 44 ข. 45 ค. 46 ง. 47

8. กำหนดให้ x และ y เป็นจำนวนนับที่ทำให้ $\sqrt[3]{x}+\sqrt{y}=31$ และ $\sqrt[3]{y}+\sqrt{x}=17$ จงหาค่าของ $x+y$

ก. 790 ข. 791 ค. 792 ง. 793

9. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนนับที่ทำให้

ห.ร.ม. ของ a และ b มีค่าเท่ากับ 15

ห.ร.ม. ของ b และ c มีค่าเท่ากับ 3

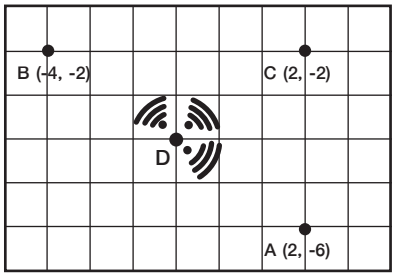
และ ค.ร.น. ของ a, b และ c มีค่าเท่ากับ 330

แล้ว ค่าของ ห.ร.ม. ของ a, b และ c มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. 2 ข. 3 ค. 4 ง. 5

<u>แบบฝึกหัดปรนัยชนิดบทความจำนวน 3 ข้อ มีทั้งหมด 4 ตัวเลือก</u>

สัญญาณเครือข่ายอินเทอร์เน็ตในพื้นที่อุทยานแห่งชาติดอยภูนาง มีตำแหน่งพื้นที่เข้าถึงสัญญาณ ได้แก่ ตำแหน่ง A อยู่ที่อำเภอเชียงม่วน มีพิกัดเป็น (2, -6), ตำแหน่ง B ที่อำเภอดอกคำใต้ มีพิกัดเป็น (-4, -2) และตำแหน่ง C ที่อำเภอปง มีพิกัดเป็น (2, -2) อยู่ในรัศมีเดียวกัน ซึ่งต้นกำเนิดสัญญาณเครือข่ายอินเทอร์เน็ตอยู่ตำแหน่ง D ตามแผนที่ดังนี้



25. ต้นกำเนิดสัญญาณเครือข่ายอินเทอร์เน็ตอยู่ตำแหน่ง D ที่พิกัดใด

ก. (-1, -4) **ข.** (-2, -3) **ค.** (-3, -4) **ง.** (-4, -5)

26. ระยะทางจากตำแหน่ง A ไปยังต้นกำเนิดสัญญาณเครือข่ายอินเทอร์เน็ตอยู่ตำแหน่ง D กี่หน่วย

ก. $\sqrt{10}$ หน่วย **ข.** $\sqrt{11}$ หน่วย **ค.** $\sqrt{13}$ หน่วย **ง.** $\sqrt{14}$ หน่วย

27. พื้นที่อุทยานแห่งชาติดอยภูนางจะมีสัญญาณเครือข่ายอินเทอร์เน็ตครอบคลุมกี่ตารางหน่วย (ตอบแบบทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

ก. 40.79 ตารางหน่วย **ข.** 40.80 ตารางหน่วย **ค.** 40.81 ตารางหน่วย **ง.** 40.82 ตารางหน่วย

<u>แบบฝึกหัดปรนัยจำนวน 23 ข้อ มีทั้งหมด 4 ตัวเลือก</u>

28. 2!3!4!...8! มีตัวประกอบที่เป็นจำนวนกำลังสี่สมบูรณ์ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

ก. 36 จำนวน **ข.** 37 จำนวน **ค.** 38 จำนวน **ง.** 39 จำนวน

29. จงหาจำนวนนับที่มีค่าไม่เกิน 2,023 ทั้งหมดที่หารด้วย 12 ลงตัว แต่หารด้วย 5 ไม่ลงตัว

ก. 134 จำนวน **ข.** 135 จำนวน **ค.** 136 จำนวน **ง.** 137 จำนวน

30. การเดินขึ้นบันไดบ้านจากล่างไปยังชั้นบนของบ้าน ซึ่งบันไดมีทั้งหมด 5 ขั้น แต่ว่าอนันต์ก้าวขึ้นบันไดได้ทีละไม่เกิน 3 ขั้น เนื่องจากมีปัญหาข้อเข่าเสื่อม แล้วอนันต์สามารถขึ้นบันไดได้ทั้งหมดกี่วิธี

ก. 7 วิธี **ข.** 8 วิธี **ค.** 9 วิธี **ง.** 10 วิธี

31. การเล่นพนันที่สถานอาบอบนวดแห่งหนึ่งจะมีเสี่ย A และเสี่ย B ได้วางกติกาว่าหากผลรวมของลูกเต๋ามีค่าเป็น 8 มีโอกาสคืนเงิน 12,960,000 บาท แต่ถ้าทอยลูกเต๋าที่ผลรวมของลูกเต๋ามีค่าไม่เท่ากับ 8 มีโอกาสเสียเงิน 51,840,000 บาท ซึ่งนาย C เป็นลูกค้าประจำที่ไปใช้บริการสถานอาบอบนวดแห่งนี้ เมื่อเล่นการพนันแล้วปรากฏว่าเสียเงินไปทั้งหมด 50,090,000 บาท นาย C ได้ทอยลูกเต๋าทั้งหมดกี่ลูก

ก. 2 ลูก **ข.** 3 ลูก **ค.** 4 ลูก **ง.** 5 ลูก

42. กำหนดให้ $A = \frac{5}{12 \times 17} + \frac{35}{17 \times 18} - \frac{39}{18 \times 21} + \frac{30}{21 \times 72}$ และ $B = \frac{3}{2} - \frac{5}{6} + \frac{7}{12} - \frac{9}{20} + \frac{11}{30} - \frac{13}{42} + \frac{15}{56} - \frac{17}{72}$ แล้ว จงหาค่าของ $36A + 45B$

ก. 40 ข. 41 ค. 42 ง. 43

43. กำหนดให้ความยาวทั้งสามด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากทำให้ความยาวรอบรูปมีค่าไม่เกิน 40 หน่วย แล้วจะสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่เกิดขึ้นได้ทั้งหมดกี่เหตุการณ์

ก. 5 เหตุการณ์ ข. 6 เหตุการณ์ ค. 7 เหตุการณ์ ง. 8 เหตุการณ์

44. กำหนดให้ a, b, c และ d เป็นสมาชิกใดสมาชิกหนึ่งของ 2,563 2,564 2,565 และ 2,566 ที่ทำให้ $ab + ac + ad + bd + cd + b^2 + 2bc + c^2$ มีค่าแตกต่างกันทั้งหมดกี่ค่า

ก. 1 ค่า ข. 2 ค่า ค. 3 ค่า ง. 4 ค่า

45. กำหนดให้ a, b, c และ d เป็นจำนวนจริงบวกที่ทำให้ $a^2 + b^2 - 20a + 28 = 0$, $a^2 + b^2 = 52$ $a^2b^2 = 52d^2$ และ $10b - ab = 6\sqrt{2}c$ แล้ว จงหาค่าของ $c^2 + d^2$

ก. 29 ข. $29\frac{1}{13}$ ค. $29\frac{2}{13}$ ง. $29\frac{3}{13}$

46. กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ABC ที่มี AC = BC ซึ่งจุด M เป็นจุดภายในรูปสามเหลี่ยม ABC ที่ทำให้ $\angle ACB = 106°$, $\angle MAC = 7°$ และ $\angle MCA = 23°$ แล้ว จงหาค่าของ $\angle CMB$

ก. 77° ข. 79° ค. 81° ง. 83°

47. กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD จะมี O เป็นจุดภายในรูปสี่เหลี่ยม ABCD ที่ทำให้ $\angle AOB + \angle DOC = 180°$ และ $\angle ODC = 52°$ แล้ว จงหาค่าของ $\angle OBC$

ก. 51° ข. 52° ค. 53° ง. 54°

48. กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยมนูน ABCD ที่ทำให้ $\angle BAC = 24°$, $\angle CAD = 78°$ และ $\angle CBD = \angle DBA$ จงหาค่าของ $\angle ACD$

ก. 78° ข. 79° ค. 80° ง. 81°

49. ในการผ่าตัดต้อหินของคนไข้รายหนึ่ง ซึ่งจักษุแพทย์จะต้องยิงเลเซอร์เพื่อลอกกระจกตา เริ่มต้นโดยการปล่อยเลเซอร์ตามแหล่งต้นกำเนิดในพิกัด (3, 5) จะทำให้เลเซอร์สะท้อนมาที่ผนังห้องผ่าตัดและพื้นห้องผ่าตัดก่อนไปที่เตียงของคนไข้ แล้วเลื่อนเครื่องยิงเลเซอร์ไปบริเวณดวงตาของคนไข้ในพิกัด (7, 5) เพื่อลอกกระจกตา แล้วนำต้อแข็งจากบริเวณดวงตาออกไป ซึ่งเครื่องยิงเลเซอร์จะปล่อยเลเซอร์ในอัตราเร็ว $\sqrt{2}$ มิลลิเมตรต่อวินาที แล้วเลเซอร์ใช้เวลาเดินทางกี่วินาทีจึงจะถึงดวงตาของคนไข้

ก. 7 วินาที ข. 8 วินาที ค. 9 วินาที ง. 10 วินาที

50. จงหาปริมาตรที่เกิดจากการหมุนของรูปสามเหลี่ยม ABC ที่มีจุด A เป็นจุดกำเนิด, จุด B มีพิกัดเป็น (5, 1) และจุด C มีพิกัดเป็น (0, 3) ในรอบแกน X (ตอบในรูปทศนิยม 3 ตำแหน่ง)

ก. 1.893 ลูกบาศก์หน่วย ข. 1.993 ลูกบาศก์หน่วย ค. 2.093 ลูกบาศก์หน่วย ง. 3.142 ลูกบาศก์หน่วย

1. ตอบ ค.

แนวคิด ตัวคูณร่วมน้อยของ 5, 19 และ 27 เป็น 5 × 19 × 27 เพราะจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ของ 5, 19 และ 27 เป็น 1 ที่ทำให้

$$743\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{19}+\frac{1}{27}\right)^{-1} = 743\left(\frac{19\times 27}{5\times 19\times 27}+\frac{5\times 27}{19\times 5\times 27}+\frac{19\times 5}{27\times 19\times 5}\right)^{-1}$$

$$= 743\left(\frac{513}{5\times 19\times 27}+\frac{135}{19\times 5\times 27}+\frac{95}{27\times 19\times 5}\right)^{-1}$$

$$= 743\left(\frac{513+135-95}{5\times 19\times 27}\right)^{-1}$$

$$= 743\left(\frac{743}{5\times 19\times 27}\right)^{-1}$$

$$= 743\left(\frac{5\times 19\times 27}{743}\right)$$

$$= 5\times 19\times 27$$

$$= 2{,}565$$

2. ตอบ ข.

แนวคิด $2{,}021\left(\frac{1}{3!}-2{,}020\left(\frac{1}{4!}-\ldots-3\left(\frac{1}{2{,}021!}-2\left(\frac{1}{2{,}022!}-\frac{1}{2{,}023!}\right)\right)\right)\right)$

$$= \frac{2{,}021}{3!}-\frac{2{,}021\times 2{,}020}{4!}+\frac{2{,}021\times\ldots\times 2{,}019}{5!}-\ldots-\frac{2{,}021\times\ldots\times 2}{2{,}022!}+\frac{2{,}021\times\ldots\times 2\times 1}{2{,}023!}$$

$$= \frac{2{,}021!}{3!2{,}020!}-\frac{2{,}021!}{4!2{,}019!}+\frac{2{,}021!}{5!2{,}018!}-\ldots-\frac{2{,}021!}{1!2{,}022!}+\frac{2{,}021!}{0!2{,}023!}$$

$$= \frac{2{,}023\times\ldots\times 2{,}022\times 2{,}021!}{2{,}023\times 2{,}022}\left(\frac{1}{3!2{,}020!}-\frac{1}{4!2{,}019!}+\frac{1}{5!2{,}018!}-\ldots-\frac{1}{1!2{,}022!}+\frac{1}{0!2{,}023!}\right)$$

$$= \frac{1}{2{,}023\times 2{,}022}\left(\frac{2{,}023!}{3!2{,}020!}-\frac{2{,}023!}{4!2{,}019!}+\frac{2{,}023!}{5!2{,}018!}-\ldots-\frac{2{,}023!}{1!2{,}022!}+\frac{2{,}023!}{0!2{,}023!}\right)$$

$$= \frac{1}{2{,}023\times 2{,}022}\left((1)^{2{,}023}+\frac{2{,}023!}{0!2{,}023!}-\ldots-\frac{2{,}023!}{1!2{,}022!}+\frac{2{,}023!}{2!2{,}021!}\right)$$

$$= \frac{1}{2{,}023\times 2{,}022}\left(1-2{,}023+\frac{2{,}023\times 2{,}022}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{2}-\frac{1}{2{,}023}$$

25. ตอบ ก.

แนวคิด จาก $BC = 2 - (-4) = 6$ และ $CA = -2 - (-6) = 4$ แล้ว $BC^2 + CA^2 = 6^2 + 4^2 = 52$

และ $AB^2 = (2 - (-4))^2 + (-6 - (-2))^2 = 6^2 + (-4)^2 = 52$ จะได้ $BC^2 + CA^2 = AB^2$

แล้ว $\overline{BC} \perp \overline{AC}$ ประกอบกับ $BD = CD = AD$ จะทำให้จุด B, D และ A อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

ดังนั้น AB เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม D ที่จุด $\left(\frac{-4 + 2}{2}, \frac{-2 - 6}{2}\right) = (-1, -4)$

26. ตอบ ค.

แนวคิด จาก $BD = CD = AD$ เป็นรัศมีของวงกลม D จะได้ $AD = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{52}}{2} = \frac{2\sqrt{13}}{2} = \sqrt{13}$ หน่วย

27. ตอบ ง.

แนวคิด พื้นที่อุทยานแห่งชาติดอยภูนางจะมีสัญญาณเครือข่ายอินเทอร์เน็ตครอบคลุมเป็น

$3.14 \times (\sqrt{13})^2 = 3.14 \times 13 = 40.82$ ตารางหน่วย

28. ตอบ ก.

แนวคิด จาก $2! = 2$, $3! - 3 \times 2$, $4! = 3 \times 2^3$, $5! = 5 \times 3 \times 2^3$, $6! = 5 \times 3^2 \times 2^4$, $7! = 7 \times 5 \times 3^2 \times 2^4$ และ

$8! \times 7 = 5 \times 3^2 \times 2^7$ จะได้ $2!3!4!...8! = 2 \times (3 \times 2) \times (3 \times 2^3) \times (5 \times 3 \times 2^3) \times (5 \times 3^2 \times 2^4) \times (7 \times 5 \times 3^2 \times 2^4)$

$(7 \times 5 \times 3^2 \times 2^7)$

$= (2 \times 2 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^4 \times 2^4 \times 2^7) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2)$

$\times (5 \times 5 \times 5 \times 5) \times (7 \times 7)$

$= 2^{1+1+3+3+4+4+7} \times 3^{1+1+1+2+2+2} \times 5^{1+1+1+1} \times 7^{1+1}$

$= 2^{23} \times 3^9 \times 5^4 \times 7^2$

$= (2^5)^4 \times (3^2)^4 \times 5^4 \times 7^2 \times 2^3 \times 3$

สมมติให้ a, b และ c เป็นจำนวนนับรวมถึงศูนย์ และ d เป็นจำนวนนับที่ทำให้ $2!3!4! \ ... \ 8! = 2^{4a} \times 3^{4b} \times 5^{4c} \times d$ จะได้ ค่า a ที่เป็นไปได้ คือ 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 มีทั้งหมด 6 ตัว, ค่า b ที่เป็นไปได้ คือ 0, 1 และ 2 มีทั้งหมด 3 ตัว และ ค่า c ที่เป็นไปได้ คือ 0 และ 1 มีทั้งหมด 2 ตัว ทำให้ $2!3!4!...8!$ มีตัวประกอบที่เป็นจำนวนกำลังสี่สมบูรณ์ได้ทั้งหมด $6 \times 3 \times 2 = 36$ จำนวน

29. ตอบ ข.

แนวคิด จำนวนนับที่มีค่าไม่เกิน 2,023 ทั้งหมดที่หารด้วย 12 ลงตัว ได้แก่ 12, 24, 36, ..., 2,016 มีทั้งหมด

$2,016 \div 12 = 168$ จำนวน

จำนวนนับที่มีค่าไม่เกิน 2,023 ทั้งหมดที่หารด้วย 12 และ 5 ลงตัว หมายถึง หารด้วย 60 ลงตัว

ได้แก่ 60, 120, 180, ..., 1,980 มีทั้งหมด $1,980 \div 60 = 33$ จำนวน

ดังนั้น จำนวนนับที่มีค่าไม่เกิน 2,023 ทั้งหมดที่หารด้วย 12 ลงตัวแต่หารด้วย 5 ไม่ลงตัว มีทั้งหมดเท่ากับ

จำนวนนับที่หารด้วย 12 ลงตัว - จำนวนนับที่หารด้วย 60 ลงตัว = 168 จำนวน -33 จำนวน = 135 จำนวน

44. **ตอบ ค.**

แนวคิด จาก $ab + ac + ad + bd + cd + b^2 + 2bc + c^2 = ab + ac + ad + b^2 + bc + bd + bc + c^2 + cd$

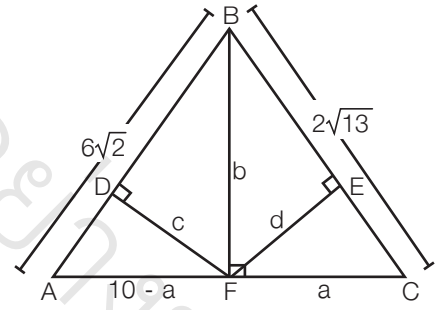
$= a(b + c + d) + b(b + c + d) + c(b + c + d)$

$= (a + b + c)(b + c + d)$

จะได้ว่าต้องสุ่มสมาชิกใดสมาชิกหนึ่งของ 2,563, 2,564, 2,565 และ 2,566 ให้อยู่ในสามสิ่งอันดับให้สอดคล้องกับ $(a + b + c)(b + c + d)$ มีทั้งหมด $\frac{4!}{3!1!} = 4$ กรณี เพื่อพิจารณาค่าของ (a, b, c, d) ได้แก่ (2,563, 2,564, 2,565, 2,566), (2,563, 2,564, 2,566, 2,565), (2,563, 2,565, 2,566, 2,564) และ (2,564, 2,565, 2,566, 2,563) พบว่าค่าของ $(a + b + c, b + c + d)$ ได้แก่ (7,692, 7,695), (7,693, 7,695), (7,694, 7,695) และ (7,695, 7,694) ดังนั้น มีค่าแตกต่างกันทั้งหมด 3 ค่า

45. **ตอบ ข.**

แนวคิด



จากรูปสามเหลี่ยม ABF พบว่า $a^2 + b^2 - 20a + 28 = 0$

$a^2 - 20a + 100 + b^2 - 100 + 28 = 0$

$(10 - a)^2 + b^2 = 72$ ... (1)

$(10 - a)^2 + b = (6\sqrt{2})^2$

$AF^2 + FB^2 = AB^2$

จะได้ว่า รูปสามเหลี่ยม ABF เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จากรูปสามเหลี่ยม BFC พบว่า $a^2 + b^2 = 52$ ... (2)

$FC^2 + FB^2 = BC^2$

จะได้ว่า รูปสามเหลี่ยม BFC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

(1) - (2); $(10 - 2a)10 = 20$

$10 - 2a = 2$

$2a = 8$

$a = 4$

$FC = 4$

ดังนั้น $AF = 10 - a = 6$

<u>แบบฝึกหัดปรนัยจำนวน 15 ข้อ มีทั้งหมด 4 ตัวเลือก</u>

1. กำหนดให้ n เป็นจำนวนนับ ที่ทำให้ $\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\left(1-\frac{1}{5^2}\right)\left(1-\frac{1}{6^2}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{599^2}\right)=\frac{n}{599}$ จงหาค่าของ n

ก. 449 ข. 450 ค. 451 ง. 452

2. กำหนดให้ n เป็นจำนวนนับที่ทำให้ $n!\times 2^8\times 3^4\times 5^2\times 7$ จงหาค่าของ n

ก. 10 ข. 11 ค. 12 ง. 13

3. จากสมการที่ว่า $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{8}}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{24}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{2n+1+\sqrt{4n^2+4n}}}$ จงหาค่าของ n

ก. 61 ข. 62 ค. 63 ง. 64

4. กำหนดให้ x และ y เป็นจำนวนนับที่ทำให้ $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{2{,}027}$ จงหาค่าของ x + y

ก. 4,108,725 ข. 4,108,726 ค. 4,108,727 ง. 4,108,728

5. จงหาค่าของ $250(0.9)^7\left(\frac{4}{3}\right)^9\left(\frac{3}{5}\right)^6\left(0.8\dot{3}\right)^{11}$

ก. 8 ข. 9 ค. 10 ง. 11

6. จงหาค่าของ 6,999,999,999,999,993 × 5,999,999,999,994

ก. 41,999,999,999,957,958,000,000,000,039

ข. 41,999,999,999,957,958,000,000,000,040

ค. 41,999,999,999,957,958,000,000,000,041

ง. 41,999,999,999,957,958,000,000,000,042

7. กำหนดให้ x และ y เป็นจำนวนจริงที่แตกต่างกันที่ทำให้ $x^2+2{,}568x-107=0$ และ $y^2+2{,}568y-107=0$ จงหาค่าของ $x^{-1}+y^{-1}$

ก. 23 ข. 24 ค. 25 ง. 26

8. จงหาจำนวนพจน์ทั้งหมดจากการกระจายพหุนามของ $\left(\frac{a^{10}-b^{10}}{a-b}\right)^8$

ก. 43,758 พจน์ ข. 43,759 พจน์ ค. 43,760 พจน์ ง. 43,761 พจน์

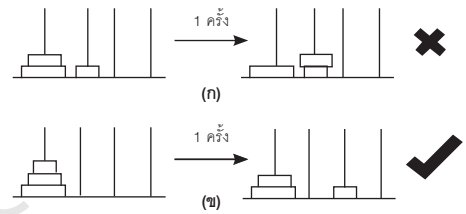
ตัวอย่างหนังสือ

15. กำหนดให้ x เป็นจำนวนจริงที่ทำให้ $(x^3 - 2x^2 - x + 3)^{x^3 - 6x^2 + 11x - 6} = 1$ จงหาผลบวกของค่า x ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

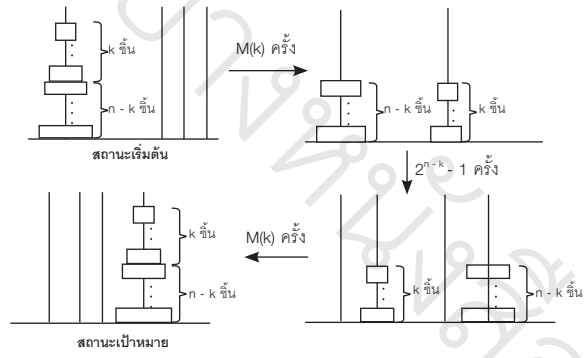
ก. 5 **ข.** 6 **ค.** 7 **ง.** 8

<u>แบบฝึกหัดปรนัยชนิดบทความจำนวน 10 ข้อ มีทั้งหมด 4 ตัวเลือก</u>

ปัญหา Reve's เป็นปัญหาหอคอยฮานอยที่มีวัตถุขนาดเล็กอยู่ชั้นบนไปยังวัตถุขนาดใหญ่อยู่ชั้นล่างจำนวน n ชิ้น ในเสาเดียวกัน จากเสาทั้งหมด 4 ต้น ภายใต้กติกาวัตถุที่ขนาดใหญ่ไม่สามารถวางทับซ้อนวัตถุที่มีขนาดเล็กดังรูป (ก) และย้ายครั้งละ 1 ชิ้น ดังรูป (ข)



ซึ่งคิดค้นโดย Herry Dudeney นักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษ ในปี พ.ศ. 2501 ที่มีขั้นตอนการย้ายวัตถุ n ชิ้นที่มีเสาทั้งหมด 4 ต้นในเสาเดียวกัน จากเสาเริ่มต้นไปยังเสาเป้าหมายซึ่งต้องทดลองเริ่มต้นที่ M(1) = 1, M(2) = 3 และ M(3) = 5 แล้วจากนั้นใช้อุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ดังรูป (ค)



จะได้ว่าจำนวนครั้งที่เป็นไปได้ทั้งหมดคือ $F(n, k) = 2M(k) + 2^{n-k} - 1$ ครั้ง สำหรับทุก $0 \le k \le n - 1$ ที่เป็นจำนวนนับใด ๆ ซึ่งมีนักคณิตศาสตร์ชื่อว่า Abdullah Al Kafi Majumdar นักคณิตศาสตร์ชาวบังกลาเทศ ได้ทำการศึกษาตำแหน่งค่า k ที่ทำให้ค่า F(n, k) มีค่าน้อยที่สุดคือ M(n) ในปี พ.ศ. 2565 แล้ว จงหาค่าดังต่อไปนี้

16. จงหาค่าของ F(6, 0)

ก. 61 **ข.** 63 **ค.** 101 **ง.** 111

17. จงหาค่าของ F(6, 1)

ก. 33 **ข.** 35 **ค.** 36 **ง.** 37

18. จงหาค่าของ F(6, 2)

ก. 18 **ข.** 19 **ค.** 20 **ง.** 21

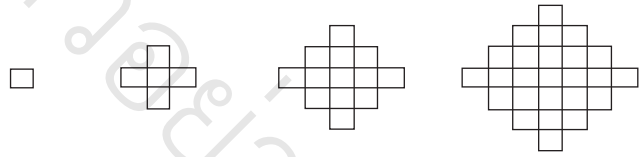
39. **แม่ค้าขายมะม่วงให้ลูกค้ารายหนึ่งราคากิโลกรัมละ 32 บาท ซึ่งมะม่วง 6 ผล จะมีน้ำหนัก 0.5 กิโลกรัม ลูกค้าซื้อมะม่วงทั้งหมด 21 ผล และจ่ายเงินเป็นธนบัตรฉบับละ 100 บาท จำนวน 1 ฉบับ ปรากฏว่าแม่ค้ามีเงินที่เตรียมไว้ทอนเป็นเหรียญ 1 บาท จำนวน 44 เหรียญ, เหรียญ 5 บาท จำนวน 4 เหรียญ และเหรียญ 10 บาท จำนวน 4 เหรียญ แม่ค้าจะมีวิธีทอนเงินให้กับลูกค้าคนนี้ได้ทั้งหมดกี่วิธี**

ก. 25 วิธี **ข.** 26 วิธี **ค.** 27 วิธี **ง.** 28 วิธี

40. **ในการยืนถ่ายรูปภาพเพื่อทำหนังสืออนุสรณ์เป็นที่ระลึกในงานครบรอบ 10 ปี ของมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่ง บุคลากรของคณะวิทยาศาสตร์ สาขาคณิตศาสตร์ จำนวน 15 คน ประกอบด้วยผู้ชาย 6 คน และผู้หญิง 9 คน จะมีคนยืนอยู่ตรงกลาง 5 คน โดยมีเงื่อนไขว่าผู้ชายต้องยืนสลับตำแหน่งกับผู้หญิงแต่แค่เฉพาะตรงกลางเท่านั้น แล้วจะสามารถถ่ายภาพบุคลากรได้ทั้งหมดกี่ภาพ**

ก. 522,547,198 ภาพ **ข.** 522,547,199 ภาพ **ค.** 522,547,200 ภาพ **ง.** 522,547,201 ภาพ

41. **ในการสานตะกร้าที่ทำมาจากกระจูดจะมีลวดลายภายในที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 1 ช่อง ดังรูป**



1 รูป 5 รูป 13 รูป 25 รูป

แล้วรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 1 ช่อง จำนวนทั้งหมด 221 รูป จะต้องใช้เส้นกระจูดในเส้นตรงเดียวกันทั้งหมดกี่เส้น

ก. 41 เส้น **ข.** 42 เส้น **ค.** 43 เส้น **ง.** 44 เส้น

42. **ในการเลือกตั้งนายกรัฐมนตรีจะมี 2 ฝ่าย ได้แก่ ฝ่ายสนับสนุนรัฐบาลกับฝ่ายค้านรัฐบาลที่ทำให้มีโอกาสที่ผู้อยู่ฝ่ายค้านรัฐบาลชนะไป 40% ในแต่ละครั้ง และโอกาสที่ฝ่ายสนับสนุนรัฐบาลชนะไปอย่างน้อย 2 ครั้ง คือ 82.08% แล้วจะต้องมีการเลือกนายกรัฐมนตรีทั้งหมดกี่ครั้ง**

ก. 1 ครั้ง **ข.** 2 ครั้ง **ค.** 3 ครั้ง **ง.** 4 ครั้ง

43. **กำหนดให้ a , b , c และ d เป็นเลขโดดที่แตกต่างกันที่ทำให้ $\frac{a+b}{c+d}$ เป็นจำนวนนับมากที่สุดมีค่าเท่าใด**

ก. 16 **ข.** 17 **ค.** 18 **ง.** 19

1. **ตอบ ข.**

แนวคิด จาก $\left(1 - \frac{1}{4^2}\right)\left(1 - \frac{1}{5^2}\right)\left(1 - \frac{1}{6^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{599^2}\right) = \frac{n}{599}$

$$\left(\frac{4^2 - 1^2}{4^2}\right)\left(\frac{5^2 - 1^2}{5^2}\right)\left(\frac{6^2 - 1^2}{6^2}\right) \cdots \left(\frac{599^2 - 1^2}{599^2}\right) = \frac{n}{599}$$

$$\left(\frac{3 \times 5}{4 \times 4}\right)\left(\frac{4 \times 6}{5 \times 5}\right)\left(\frac{5 \times 7}{6 \times 6}\right) \cdots \left(\frac{598 \times 600}{599 \times 599}\right) = \frac{n}{599}$$

$$\left(\frac{3 \times 4 \times \ldots \times 598}{4 \times 5 \times \ldots \times 599}\right)\left(\frac{5 \times 6 \times \ldots \times 600}{4 \times 5 \times \ldots \times 599}\right) = \frac{n}{599}$$

$$\left(\frac{3}{599}\right)\left(\frac{600}{4}\right) = \frac{n}{599}$$

$$\left(\frac{3}{599}\right)150 = \frac{n}{599}$$

$$\frac{450}{599} = \frac{n}{599}$$

ดังนั้น $n = 450$

2. **ตอบ ก.**

แนวคิด จาก $n! = 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$

$= 2 \times 2^3 \times 2^2 \times 2 \times 2 \times 3^2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7$

$= 2 \times 5 \times 3^2 \times 2^3 \times 7 \times 2 \times 3 \times 5 \times 2^2 \times 3 \times 2$

$= 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$= 10!$

ดังนั้น $n = 10$

3. **ตอบ ค.**

แนวคิด จาก

$$\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{24}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{2n + 1 + \sqrt{4n^2 + 4n}}} = 7$$

$$\frac{1}{\sqrt{3 + 2\sqrt{(1)(2)}}} + \frac{1}{\sqrt{5 + 2\sqrt{(2)(3)}}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{2n + 1 + 2\sqrt{(n)(n + 1)}}} = 7$$

$$\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n + 1} + \sqrt{n}} = 7$$

$$\frac{\sqrt{2} - \sqrt{1}}{(\sqrt{2} + \sqrt{1})(\sqrt{2} - \sqrt{1})} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} + \ldots + \frac{\sqrt{n + 1} - \sqrt{n}}{(\sqrt{n + 1} + \sqrt{n})\,(\sqrt{n + 1} - \sqrt{n})} = 7$$

$$(\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \ldots + (\sqrt{n + 1} - \sqrt{n}) = 7$$

$$\sqrt{n + 1} - 1 = 7$$

$$\sqrt{n + 1} = 8$$

$$(\sqrt{n + 1})^2 = 8^2$$

$$n + 1 = 64$$

ดังนั้น $n = 63$

ตัวอย่างหนังสือ

18. ตอบ ง.

แนวคิด จาก $F(6, 2) = 2M(2) + 2^{6-2} - 1$

$F(6, 2) = 2(3) + 16 - 1$

ดังนั้น $F(6, 2) = 21$

19. ตอบ ก.

แนวคิด จาก $F(6, 3) = 2M(3) + 2^{6-3} - 1$

$F(6, 3) = 2(3) + 8 - 1$

ดังนั้น $F(6, 3) = 17$

20. ตอบ ง.

แนวคิด จาก $M(4) = 2M(2) + 2^{4-2} - 1 = 2(3) + 2^2 - 1 = 9$

และ $F(6, 4) = 2M(4) + 2^{6-4} - 1$

$F(6, 4) = 2(9) + 4 - 1$

ดังนั้น $F(6, 4) = 21$

21. ตอบ ค.

แนวคิด จาก $M(5) = 2M(2) + 2^{5-2} - 1 = 2(3) + 2^3 - 1 = 13$

และ $F(6, 5) = 2M(5) + 2^{6-5} - 1$

$F(6, 5) = 2(13) + 2 - 1$

ดังนั้น $F(6, 5) = 27$

22. ตอบ ก.

แนวคิด จาก $17 = F(6, 3) < F(6, 4)$ $F = (6, 2) = 21 < F(6, 5) = 27 < F(6, 1) = 34 < F(6, 0) = 63$

ดังนั้น k ที่ทำให้เกิด M(6) มีเพียงจุดเดียว คือ $k = 3$

23. ตอบ ง.

แนวคิด จากข้อที่ 22. มี k ที่ทำให้เกิด M(6) มีเพียงจุดเดียว คือ $k = 3$

ดังนั้น $M(6) = F(6, 3) = 17$

24. ตอบ ข.

แนวคิด จาก $F = (9, 0) = 2M(0) + 2^{9-0} - 1 = 2(0) + 2^9 - 1 = 511$

แล้ว $F = (9, 1) = 2M(1) + 2^{9-1} - 1 = 2(1) + 2^8 - 1 = 257$

$F = (9, 2) = 2M(2) + 2^{9-2} - 1 = 2(3) + 2^7 - 1 = 133$

$F = (9, 3) = 2M(3) + 2^{9-3} - 1 = 2(5) + 2^6 - 1 = 73$

$F = (9, 4) = 2M(4) + 2^{9-4} - 1 = 2(9) + 2^5 - 1 = 49$

ตัวอย่างหนังสือ

42. ตอบ ง.

แนวคิด ในการเลือกตั้งเพื่อเลือกนายกรัฐมนตรีไปทั้งหมด x ครั้ง พบว่ามีฝ่ายค้านรัฐบาลชนะไป 40% = 0.4, ฝ่ายสนับสนุนรัฐบาลชนะไปอย่างน้อย 2 ครั้ง ในแต่ละครั้งมีโอกาสเป็น 100% - 40% = 0.6 และโอกาสฝ่ายสนับสนุนรัฐบาลชนะไปอย่างน้อย 2 ครั้ง 82.08% = 0.8208 จะได้โอกาสฝ่ายสนับสนุนรัฐบาลชนะไปอย่างมาก 2 ครั้ง 100% - 82.08% = 17.92% = 0.1792 สามารถสุ่มการเลือกตั้งในแต่ละครั้งที่ i เกิดเหตุการณ์ทั้งหมด $\frac{x!}{i!(x-i)!}$ เหตุการณ์ จะได้ว่า $(0.4)^x + \frac{x!}{i!(x-i)!}(0.4)^{x-1}(0.6) = 0.1792$

$$(0.4)^x + x(0.4)^{x-1}(0.6) = 0.1792$$

$$(0.4)^{x-1}[0.4 + 0.6x] = 0.1792$$

$$(0.4)^{x-1}[0.4 + 0.6x] = (0.4)^3(2.8)$$

พบว่า $(0.4)^{x-1} = (0.4)^3$ และ $0.4 + 0.6x = 2.8$

ดังนั้น $x = 4$

43. ตอบ ข.

แนวคิด จาก $0 + 1 = 1 \le a + b \le 8 + 9 = 17$ และ $0 + 1 = 1 \le c + d \le 8 + 9 = 17$

ดังนั้น ค่าของ $\frac{a+b}{c+d}$ เป็นจำนวนนับมากที่สุด คือ $\frac{17}{1} = 17$

44. ตอบ ข.

แนวคิด จากรูปห้องน้ำมีขนาด 5 × 5 ที่สามารถปูกระเบื้องขนาด 1 × 1 ซึ่งจะนำกระเบื้องขนาด 1 × 1 ออก 2 แผ่น เพื่อติดอ่างล้างหน้า 2 จุด สามารถวางกระเบื้องได้ทั้งหมด 2 กรณี ได้แก่

กรณีที่ 1 : กระเบื้องขนาด 2 × 2

ดังนั้น ห้องน้ำสามารถวางกระเบื้องขนาด 2 × 2 ได้ทั้งหมด 12 แบบ

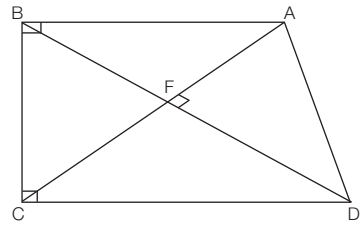
กรณีที่ 2 : กระเบื้องขนาด 3 × 3

ดังนั้น ห้องน้ำสามารถวางกระเบื้องขนาด v ได้ทั้งหมด 5 แบบ

นั่นคือ ห้องน้ำสามารถวางกระเบื้องขนาด 2 × 2 และ 3 × 3 ได้ทั้งหมด 12 + 5 = 17 แบบ

45. ตอบ ง.

แนวคิด จากรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ABCD ว่า



พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABE จะได้ $BE^2 + EA^2 = AB^2 = 11$ ... (1)

พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก AED จะได้ $ED^2 + EA^2 = AD^2 = 1{,}001$ ... (2)

พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก CED จะได้ $CE^2 + ED^2 = CD^2$ ... (3)

พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก BEC จะได้ $CE^2 + BE^2 = BC^2$ ... (4)

การสอบเข้าโรงเรียน/สถาบันวิทยาศาสตร์ ระดับชั้น ม.4
ต้องอาศัยการเตรียมตัว และความพร้อมทางด้านวิชาการเป็นอย่างยิ่ง
หมั่นทำแนวข้อสอบที่หลากหลาย
ซึ่งหนังสือคู่มือเล่มนี้ได้มีแนวข้อสอบที่เน้นเฉพาะเจาะจง
ในรายวิชาคณิตศาสตร์ โดยเน้นไปที่การวิเคราะห์โจทย์
และเฉลยให้หลากหลายมิติ เพื่อให้นักเรียนเกิดความมั่นใจ
เพราะโรงเรียนวิทยาศาสตร์จะเน้นความรู้ความสามารถ
ทางคณิตศาสตร์ด้วย จำเป็นอย่างยิ่งที่นักเรียนต้องทบทวน
และหมั่นฝึกฝนทำแนวข้อสอบทุกวัน

ตัวอย่างหนังสือ

หนังสือแนะนำ

ซื้อหนังสือสะดวก ส่งถึงบ้านบนช่องทางออนไลน์ที่ Shopee และ Lazada
หรือผ่านทางร้านหนังสือออนไลน์ www.serazu.com
thinkbeyond books

หนังสือคู่มือเตรียมสอบ
8 859099 308298
ราคา 450 บาท