Think Beyond Genius

รวมทุกสูตรคณิตศาสตร์
ที่นักเรียนต้องรู้และจำให้ได้

+ − × ÷

สูตรลัด คณิตศาสตร์ ม.ปลาย

สำหรับทุกการสอบ

เตรียมสอบ A-Level, TPAT, สอบตรงเข้ามหาวิทยาลัย, สอบชิงทุน,
สอบระหว่างภาคเรียนและปลายภาคเรียน

จัดจำหน่ายโดย IDC PREMIER

สารบัญ

เซต

ทำความเข้าใจสิ่งที่เรียกว่า เซต

สำหรับ เซต (Set) เป็นคำอนิยามที่ใช้บ่งบอกถึงกลุ่มของสิ่งต่าง ๆ ที่สามารถกำหนดสมาชิกได้ชัดเจน

สัญลักษณ์แทนเซตจำนวนต่าง ๆ ได้แก่

I	แทน	เซตของจำนวนเต็ม
I^+	แทน	เซตของจำนวนเต็มบวก
I^-	แทน	เซตของจำนวนเต็มลบ
P	แทน	เซตของจำนวนเฉพาะ
R	แทน	เซตของจำนวนจริง
Q	แทน	เซตของจำนวนตรรกยะ
N	แทน	เซตของจำนวนนับ

จากกลุ่มของเซตนั้น จะพบว่ามีวิธีการเขียนเซตอยู่ 2 แบบ ดังนี้

1. การเขียนแบบแจกแจงสมาชิก

เป็นการเขียนที่แสดงให้เห็นสมาชิกทุกตัวในเซตนั้น ๆ ลงในวงเล็บปีกกา { } และคั่นระหว่างสมาชิกด้วยเครื่องหมายจุลภาค ,

เช่น $B = \{2, 4, 6, 8, \ldots\}$

2. การเขียนแบบบอกเงื่อนไข

เป็นการเขียนแทนสมาชิกของเซตด้วยตัวแปร แล้วกำหนดเงื่อนไขเกี่ยวกับตัวแปรนั้น เพื่อแสดงว่ามีสิ่งใดบ้างที่เป็นสมาชิกของเซต

สัญลักษณ์ | แทนคำว่า โดยที่

$\in$ แทนคำว่า เป็นสมาชิกของ

$\notin$ แทนคำว่า ไม่เป็นสมาชิกของ

ประเภทของเซต

เซตว่าง คือ เซตที่ไม่มีสมาชิก หรือจำนวนสมาชิกเท่ากับศูนย์ สัญลักษณ์ที่ใช้ในเซตว่าง คือ { } หรือ Ø อ่านว่า ฟี (phi)

เซตจำกัด คือ เซตซึ่งมีจำนวนสมาชิกเป็นจำนวนเต็มบวก หรือ ศูนย์ หรือเซตที่มีจำนวนสมาชิกจำกัด สามารถบอกได้แน่นอนว่ามีสมาชิกกี่ตัว

เช่น A = {1, 2, 3, ..., 10}

จำนวนสมาชิกของเซต A เท่ากับ 10

เซตอนันต์ คือ เซตที่จำนวนสมาชิกมากมายนับไม่ถ้วน และเป็นเซตที่ไม่ใช่เซตจำกัด

เช่น B = {2, 4, 6, 8, ...}

เซตที่เท่ากัน คือ เซตที่มีสมาชิกเหมือนกันทุกตัว เช่น

A = {2, 4, 6, 8}

B = {8, 6, 4, 2} จะเห็นว่าสมาชิกของเซต A และ B เหมือนกันทุกตัว

เพราะฉะนั้น A = B

เซตที่เทียบเท่ากัน คือ เซตที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากัน เช่น

C = {2, 4, 6, 8} D = {1, 3, 5, 7}

จะเห็นว่าจำนวนสมาชิกของเซต C และ D เท่ากัน

เพราะฉะนั้น C ~ D

ข้อควรจำ

1. เซตว่างเป็นเซตจำกัด
2. การเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก จะเขียนสมาชิกแต่ละตัวเพียงครั้งเดียวเท่านั้น เช่น เซตของเลขโดดที่อยู่ในจำนวน 255 คือ {2, 5}

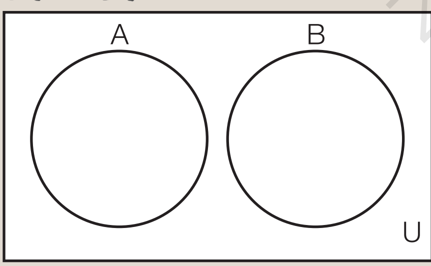
การดำเนินการบนเซต

คือ การที่เอาของสองสิ่งมาทำอะไรกันสักอย่าง เช่น หากตัวเลขสองตัว แล้วเอามาบวกลบกัน การบวก หรือ ลบ ถือเป็นการดำเนินการชนิดหนึ่ง โดยมีเนื้อหาที่ต้องทำความเข้าใจดังนี้

เอกภพสัมพัทธ์

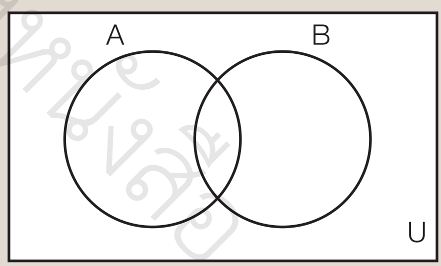
คือ เซตที่ใช้กำหนดขอบเขตของสิ่งต่าง ๆ ที่จะกล่าวถึง โดยมีข้อตกลงว่าจะไม่กล่าวถึงสิ่งอื่นใดที่นอกเหนือไปจากสมาชิกของเซตที่กำหนด เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ U

แผนภาพเวนน์ - ออยเลอร์ลักษณะต่าง ๆ



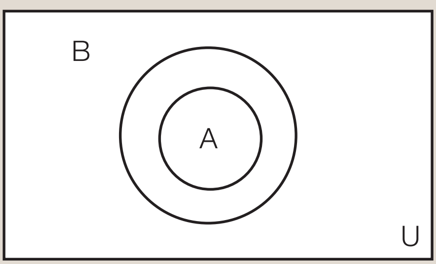
A และ B

เป็นเซตที่ไม่มีสมาชิกร่วมกัน

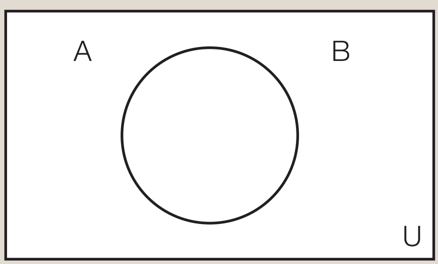


A และ B

เป็นเซตที่มีสมาชิกร่วมกันบางส่วน



$A \subset B$ แต่ $A \neq B$



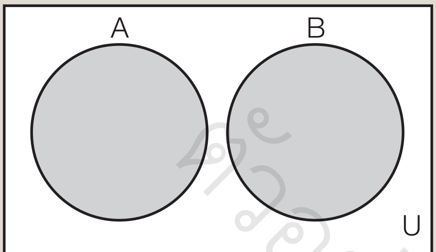
$A = B$

ยูเนียน

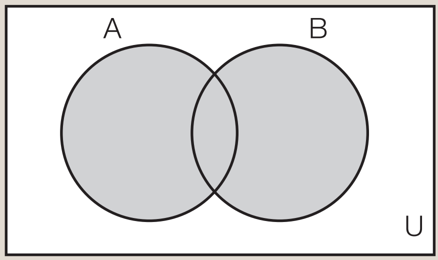
กำหนดเซต A และ B ใดๆ ยูเนียนของเซต A และ B คือ เซตใหม่ที่ประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ใน A หรือ B หรือของเซตทั้งสอง เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A \cup B$ หรือ $B \cup A$

ดังนั้น $A \cup B = \{x \in U \mid x \in A$ หรือ $x \in B\}$

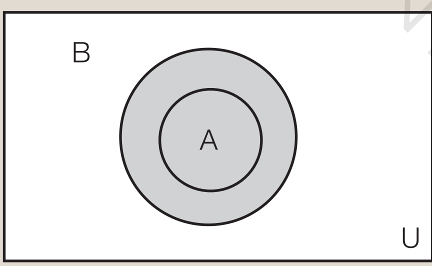
แสดง $A \cup B$ ด้วยส่วนที่แรเงาในแผนภาพต่อไปนี้



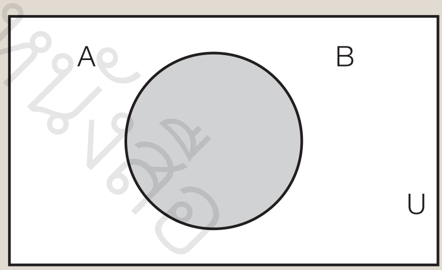
A และ B
เป็นเซตที่ไม่มีสมาชิกร่วมกัน



A และ B
เป็นเซตที่มีสมาชิกร่วมกันบางส่วน



$A \subset B$ แต่ $A \neq B$



$A = B$

อินเตอร์เซกชัน

กำหนดเซต A และ B ใดๆ อินเตอร์เซกชันของ A และ B คือ เซตใหม่ที่ประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ทั้งใน A และ B หรือของทั้งสองเซต เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A \cap B$ และ $B \cap A$

ดังนั้น $A \cap B = \{ x \in U \mid x \in A$ และ $x \in B\}$

แสดง $A \cap B$ ด้วยส่วนที่แรเงาในแผนภาพต่อไปนี้

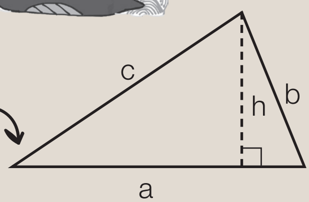
เรขาคณิตวิเคราะห์

เรขาคณิตวิเคราะห์ เป็นคณิตศาสตร์แขนงหนึ่ง
ที่กล่าวถึงจุดบนระนาบ มีสูตรสำคัญที่ใช้ในการคำนวณดังต่อไปนี้

การหาพื้นที่รูปเรขาคณิต

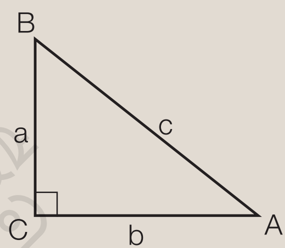
สูตรสำหรับการหาพื้นที่สามเหลี่ยม

สูตรการหาพื้นที่สามเหลี่ยมใด ๆ



พื้นที่สามเหลี่ยม = $\frac{1}{2}$ × ฐาน × สูง

จากรูป จะได้พื้นที่สามเหลี่ยม = $\frac{1}{2} \times a \times h$

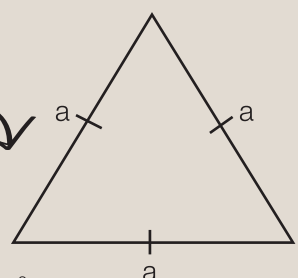


สามเหลี่ยมมุมฉาก

สูตรการหาพื้นที่สามเหลี่ยมมุมฉาก

พื้นที่สามเหลี่ยมมุมฉาก = $\frac{1}{2}$ × ผลคูณด้านประกอบมุมฉาก

จากรูป จะได้พื้นที่สามเหลี่ยมมุมฉาก = $\frac{1}{2} \times a \times b$



สามเหลี่ยมด้านเท่า

สูตรการหาพื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า

พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า = $\frac{\sqrt{3}}{4}$ × (ด้าน)^2

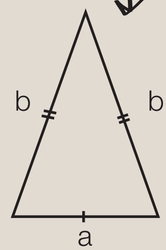
จากรูป จะได้พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า = $\frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2$

สามเหลี่ยมหน้าจั่ว

สูตรการหาพื้นที่สามเหลี่ยมหน้าจั่ว

$$\text{พื้นที่สามเหลี่ยมหน้าจั่ว} = \frac{\text{ฐาน}}{4} \times \sqrt{4(\text{ด้านประกอบฐาน})^2 - (\text{ฐาน})^2}$$

$$\text{จากรูป จะได้พื้นที่สามเหลี่ยมหน้าจั่ว} = \frac{a}{4} \times \sqrt{4b^2 - a^2}$$



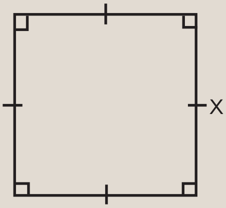
สูตรสำหรับการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมประเภทต่าง ๆ

สี่เหลี่ยมจัตุรัส

สูตรการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส

พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส = ด้าน × ด้าน หรือ ด้าน^2

จากรูป จะได้พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส = $x \times x = x^2$

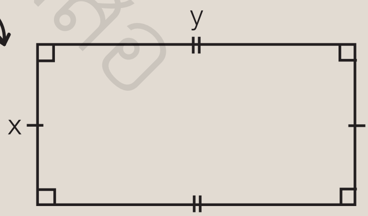


สี่เหลี่ยมผืนผ้า

สูตรการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า

พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า = กว้าง × ยาว

จากรูป จะได้พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า = $x \times y$

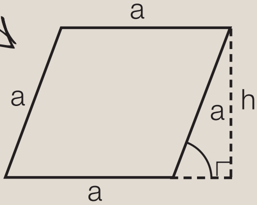


สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

สูตรการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

พื้นที่สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน = ฐาน × สูง

จากรูป จะได้พื้นที่สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน = $a \times h$



สูตรการหาพื้นที่และปริมาตรปริซึม

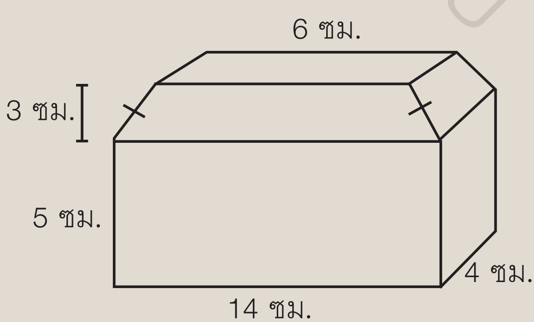
สูตรการหาปริมาตรของรูปทรงปริซึม คือ พื้นที่ฐาน × ความสูง
สูตรการหาพื้นที่ผิวข้างของรูปทรงปริซึม คือ เส้นรอบรูปฐาน × ความสูง
สูตรการหาพื้นที่ผิวหน้าตัดของรูปทรงปริซึมขึ้นอยู่กับ
รูปหน้าตัดว่าเป็นรูปใด ให้ใช้สูตรการหาพื้นที่ของรูปนั้น
สูตรการหาพื้นที่ผิวทั้งหมดของรูปทรงปริซึม คือ
พื้นที่ผิวข้าง + พื้นที่ผิวหน้าตัด
จำแนกออกมาเป็นสูตร

สูตรคำนวณ

ปริมาตรของปริซึม = พื้นที่ฐาน × ความสูง
พื้นที่ผิวทั้งหมดของปริซึม = พื้นที่ผิวข้าง + (พื้นที่ฐาน × 2)
พื้นที่ผิวข้าง = ความยาวเส้นรอบฐาน × ความสูง

ตัวอย่างที่ 1

จงหาปริมาตรและพื้นที่ผิวทั้งหมดของปริซึมต่อไปนี้



วิธีทำ

โจทย์ข้อนี้ สามารถหาปริมาตรได้โดยแบ่งเป็นปริซึมสี่เหลี่ยมผืนผ้า และปริซึมสี่เหลี่ยมคางหมู

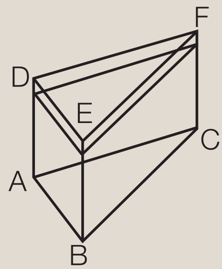
ตัวอย่างที่ 2

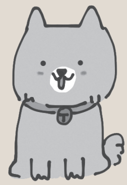
กล่องปริซึมสามเหลี่ยมอันหนึ่ง ดังรูป ทำด้วยพลาสติกใส่น้ำสูง $\frac{3}{4}$ ของกล่อง

ถ้า $\quad A\hat{B}C = 90^\circ$

$\overline{BC} = 40$ ซม.

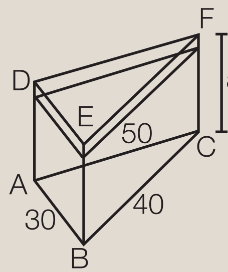
$\overline{AC} = 50$ ซม.





จงหาความสูงของระดับน้ำ เมื่อ

1. วางกล่องนี้โดยให้รูปสี่เหลี่ยม ABED วางบนพื้น
2. วางกล่องนี้โดยให้รูปสี่เหลี่ยม ACFD วางบนพื้น



วิธีทำ

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC

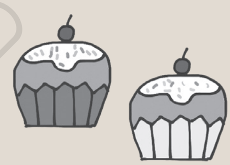
จะได้

$$AB^2 = AC^2 - BC^2$$

$$AB^2 = 50^2 - 40^2$$

$$AB^2 = 900$$

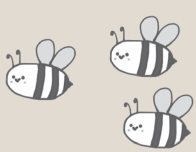
$$AB = 30$$



ให้ปริซึมสูง a ซม. ระดับน้ำสูง $\frac{3}{4}a$ ซม.

$$\text{ปริมาตรของน้ำ} = \left(\frac{1}{2} \times 30 \times 40\right)\frac{3}{4}a$$

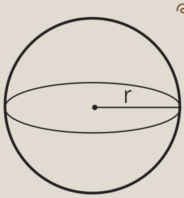
$$= 450a \text{ ซม.}^3$$



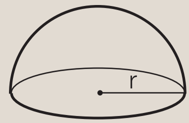
สูตรการหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกลม

ทรงกลม คือ รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีผิวโค้งเรียบ และจุดทุกจุดบนผิวโค้งอยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งเป็นระยะเท่ากัน

จุดคงที่นั้นเรียกว่า จุดศูนย์กลางของทรงกลม
ระยะที่เท่ากันนั้นเรียกว่า รัศมีของทรงกลม



ทรงกลม



ครึ่งทรงกลม

สูตรการหาพื้นที่และปริมาตรทรงกลม

สูตรการหาปริมาตรของรูปทรงกลม คือ $\frac{4}{3}\pi r^3$
สูตรการหาพื้นที่ผิวของรูปทรงกลม คือ $4\pi r^2$
จำแนกได้ดังนี้

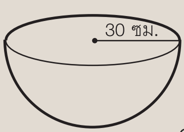
สูตรคำนวณ
พื้นที่ผิวของรูปทรงกลม คือ $4\pi r^2$
ปริมาตรของรูปทรงกลม คือ $\frac{4}{3}\pi r^3$
เมื่อ r แทนรัศมีของทรงกลม

ตัวอย่าง

อ่างซุปใบหนึ่งเป็นรูปครึ่งทรงกลม มีรัศมี 30 ซม. ถ้าเชฟต้องการเสิร์ฟซุปที่ละ 250 ลูกบาศก์เซนติเมตร ถ้ามีน้ำซุปอยู่เต็มอ่าง เชฟจะจัดเสิร์ฟได้ทั้งหมดกี่ที่ (กำหนด π = 3.14)

วิธีทำ ปริมาตรของทรงกลม $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ซม.^{3} โดยที่ r คือ รัศมีทรงกลม

ชามซุปรูปครึ่งทรงกลม $= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times (30)^3$ ซม.^{3}



$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times 3.14 \times (30)^3$ ซม.^{3}

$=$ 56,520 ซม.^{3}

เสิร์ฟซุปที่ละ 250 ลูกบาศก์เซนติเมตร จะเสิร์ฟได้ทั้งหมด

$= \frac{56,520}{250} = 226.08$ ที่

ดังนั้น เชฟจะจัดเสิร์ฟได้ทั้งหมดประมาณ 226 ที่

ตรีโกณมิติ

อัตราส่วนตรีโกณมิติ

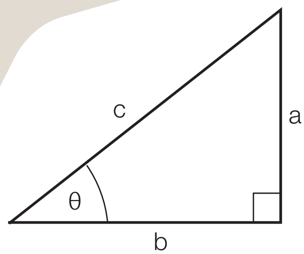
อัตราส่วนตรีโกณมิติ (Trigonometric Ratios) ของมุมภายในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือ ความสัมพันธ์ระหว่างด้านและมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

อัตราส่วนของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่สัมพันธ์กับมุมจากรูปสามเหลี่ยม เมื่อกำหนดให้

a แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุม θ

b แทนความยาวของด้านประชิดมุม θ

c แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก



จะมีบทนิยามดังนี้

$\sin\theta = \dfrac{a}{c}$ $\qquad \operatorname{cosec}\theta = \dfrac{1}{\sin\theta} = \dfrac{c}{a}$

$\cos\theta = \dfrac{b}{c}$ $\qquad \sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta} = \dfrac{c}{b}$

$\tan\theta = \dfrac{a}{b}$ $\qquad \cot\theta = \dfrac{1}{\tan\theta} = \dfrac{b}{a}$

ตารางแสดงค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30°, 45°, 60°, 90°

มุมอัตราส่วน	30°	45°	60°	90°
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	หาค่าไม่ได้

ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมภายในรูปสามเหลี่ยมที่ควรทราบ

$\sin A \cdot \operatorname{cosec} A = 1$

$\cos A \cdot \sec A = 1$

$\tan A \cdot \cot A = 1$

$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

$\sec^2 A - \tan^2 A = 1$

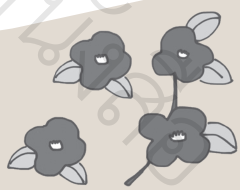
$\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$

$\tan A = \dfrac{\sin A}{\cos A}$, $\cos A \neq 0$ และ $\cot A = \dfrac{\cos A}{\sin A}$, $\sin A \neq 0$

ข้อควรจำ

ความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ถ้า C เป็นมุมฉาก จะได้ว่า 1. $\sin A = \cos B$ 2. $\cos A = \sin B$

ตัวอย่าง



จงหาค่าของ $\sin 35^\circ \cdot \sec 55^\circ$

วิธีทำ

เนื่องจาก $\sin 35^\circ = \cos (90^\circ - 35^\circ)$

$= \cos 55^\circ$

$\cos 55^\circ \cdot \sec 55^\circ = 1$

ดังนั้น $\sin 35^\circ \cdot \sec 55^\circ = \cos 55^\circ \cdot \sec 55^\circ = 1$

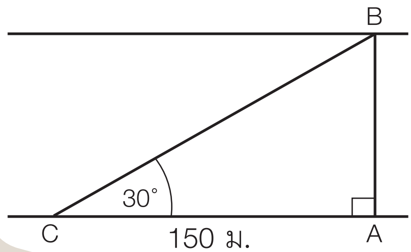
สามารถนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ดังนี้

ตัวอย่าง

สมพงษ์ต้องการทราบความกว้างของถนน เขายืนอยู่ริมฝั่งถนนที่จุด A แล้วมองข้ามไปที่จุด B ซึ่งอยู่ตรงกันข้าม และเป็นระยะทางที่สั้นที่สุด แล้วสมพงษ์เดินเลียบฝั่งถนนไปเป็นระยะทาง 150 เมตร แล้วหยุดที่จุด C วัดมุม ACB ได้ 30 องศา จงหาความกว้างของถนน

วิธีทำ

จากรูป AB เป็นความกว้างของถนน
เมื่อ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
โดยที่มุม A มีขนาด 90 องศา
และมุม C มีขนาด 30 องศา



$$\frac{AB}{AC} = \tan 30^\circ$$

$$AB = AC \tan 30^\circ$$

$$= 150\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{150}{\sqrt{3}} = \frac{150\sqrt{3}}{3} = 50\sqrt{3}$$

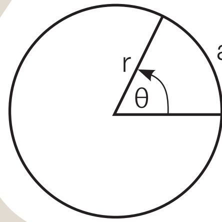
ดังนั้น ถนนกว้าง $50\sqrt{3}$ เมตร

ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

มุมและการวัด แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่

1. หน่วยเป็นองศา (Degree) แบ่งหน่วยองศาออกเป็นหน่วยย่อยดังนี้
   - 1 องศา เท่ากับ 60 ลิปดา หรือ $1^\circ = 60'$
   - 1 ลิปดา เท่ากับ 60 ฟิลิปดา หรือ $1' = 60''$
2. หน่วยเป็นเรเดียน (Radian) มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม ซึ่งรองรับด้วยเส้นโค้งของวงกลมที่ยาวเท่ากับรัศมีของวงกลมนั้น

ให้ θ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง มีหน่วยเป็นเรเดียน r เป็นรัศมีของวงกลม และ a เป็นความยาวส่วนโค้งที่รองรับมุม



จะได้ $\theta = \frac{a}{r}$ ความสัมพันธ์ของมุมในหน่วยขององศาและเรเดียน

พิจารณาวงกลมที่มีรัศมียาว r หน่วย จะมีเส้นรอบวงยาว $2\pi r$ หน่วย

ดังนั้น มุมรอบจุดศูนย์กลางของวงกลมมีขนาด $\frac{2\pi r}{r} = 2\pi$ เรเดียน

ข้อควรจำ

1. มุมที่มีหน่วยเป็นเรเดียน มักไม่เขียนหน่วยกำกับไว้
2. ถ้าต้องการเปลี่ยนองศาเป็นเรเดียน ให้คูณจำนวนองศาด้วย $\frac{\pi}{180^\circ}$
3. เมื่อต้องการเปลี่ยนเรเดียนเป็นองศา ให้คูณจำนวนเรเดียนด้วย $\frac{180^\circ}{\pi}$

วงกลมหนึ่งหน่วย

วงกลมหนึ่งหน่วย (Unit Circle) หมายถึง วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด และมีรัศมียาว 1 หน่วย มีสมการเป็น $x^2 + y^2 = 1$

จุดปลายส่วนโค้งยาว θ หน่วย เมื่อ θ เป็นจำนวนจริงใด ๆ หมายถึง จุดปลายของส่วนโค้งที่เริ่มวัดจากจุด (1, 0) ไปตามส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยไปยาว |θ| หน่วย โดยคิดทิศทางดังนี้

1. ถ้าวัดส่วนโค้งจากจุด (1, 0) ในทิศทวนเข็มนาฬิกา θ มีค่าเป็นบวก
2. ถ้าวัดส่วนโค้งจากจุด (1, 0) ในทิศตามเข็มนาฬิกา θ มีค่าเป็นลบ
3. จาก $a = \theta r$ เมื่อ $r = 1$ จะได้ $a = \theta$ นั่นคือ ค่าของความยาวส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย จะเท่ากับขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางมีหน่วยเป็นเรเดียน

เลขยกกำลัง

เลขยกกำลัง เป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างหนึ่งที่ใช้แสดง
แทนจำนวนที่มีการคูณจำนวนกันซ้ำ ๆ ดังนี้

$$a^n \text{ หมายถึง } \underbrace{a \times a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ ตัว}}$$

เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ และ n เป็นจำนวนเต็มบวก
เรียก a^n ว่า เลขยกกำลัง ที่มี a เป็น ฐาน และ n เป็น เลขชี้กำลัง
เช่น $5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$
และสำหรับสูตรที่ต้องเรียนรู้และทำความเข้าใจ มีดังต่อไปนี้

สมบัติของเลขยกกำลัง

1. $a^m \times a^n = a^{m+n}$
2. $a^m \div a^n = a^{m-n}$ เมื่อ $a \neq 0$
3. $a^0 = 1$ เมื่อ $a \neq 0$
4. $\dfrac{1}{a^n} = a^{-n}$ เมื่อ $a \neq 0$
5. $(a^m)^n = a^{mn}$
6. $(ab)^n = a^n \times b^n$
7. $\left(\dfrac{1}{a^n}\right) = \dfrac{a^n}{b^n}$ เมื่อ $b \neq 0$
8. $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$
9. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

n	a > 0	a < 0	a = 0
จำนวนคู่ (Even Numbers)	$\sqrt[n]{a}$ คือ รากที่ n ซึ่งเป็นบวกของ a	$\sqrt[n]{a}$ เป็น จำนวนเชิงซ้อน (Complex Numbers)	$\sqrt[n]{a} = 0$
จำนวนคี่ (Odd Numbers)	$\sqrt[n]{a}$ คือ รากที่ n ซึ่งเป็นบวกของ a	$\sqrt[n]{a}$ คือ รากที่ n ที่เป็นลบของ a	$\sqrt[n]{a} = 0$

ค่าหลักของรากที่ n

ให้ x เป็นจำนวนจริงที่มีรากที่ n จำนวนจริง y จะมีค่าหลักของรากที่ n ของ x ก็ต่อเมื่อ y เป็นรากที่ n ของ x และ $xy \geq 0$

ตัวอย่าง

ความหมายของค่าหลัก

1. $\sqrt{4}$ หมายถึง ค่าหลักของรากที่สองของ 4 ซึ่งเรียกอีกอย่างหนึ่ง คือ รากที่สองของ 4 ที่เป็นบวก นั่นคือ $\sqrt{4} = 2$
2. $\sqrt[3]{8} = 2$ เพราะว่า $2^3 = 8$
3. $\sqrt[4]{81} = 3$ เพราะว่า $3^4 = 81$
4. $\sqrt[4]{-81}$ ไม่ใช่จำนวนจริง แต่เป็นจำนวนเชิงซ้อน

สมบัติของรากที่ n ($\sqrt[n]{}$)

ให้ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากกว่า 1 ถ้า x และ y เป็นจำนวนจริง โดยที่ $\sqrt[n]{x}$ และ $\sqrt[n]{y}$ มีค่าเป็นจำนวนจริง

1. $(\sqrt[n]{x})^n = x$
2. $\sqrt[n]{x}\,\sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{xy}$
3. $\dfrac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\dfrac{x}{y}}$ เมื่อ $y \neq 0$
4. $\sqrt[n]{x^n} = x$ เมื่อ n เป็นจำนวนคี่
5. $\sqrt[n]{x^n} = |x|$ เมื่อ n เป็นจำนวนคู่
6. $\sqrt[kn]{x^{km}} = \sqrt[n]{x^m}$ เมื่อ k, m เป็นจำนวนเต็มบวก และ $x > 0$

ตัวอย่าง

ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงบวก จงทำ $\dfrac{\sqrt{27a^5b^7}}{\sqrt{3ab}}$ ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

วิธีทำ

$$
\begin{aligned}
\frac{\sqrt{27a^5b^7}}{\sqrt{3ab}} &= \sqrt{\frac{27a^5b^7}{3ab}} \\
&= \sqrt{9a^4b^6} \\
&= \sqrt{(3a^2b^3)^2} \\
&= 3a^2b^3
\end{aligned}
$$

ตัวอย่าง

จงทำ $\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ ให้ส่วนอยู่ในรูปไม่ติดกรณฑ์

วิธีทำ

$$
\begin{aligned}
\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} &= \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} \\
&= \frac{5+\sqrt{5}\sqrt{2}+\sqrt{5}\sqrt{2}+2}{5-2} \\
&= \frac{7+2\sqrt{10}}{3}
\end{aligned}
$$