

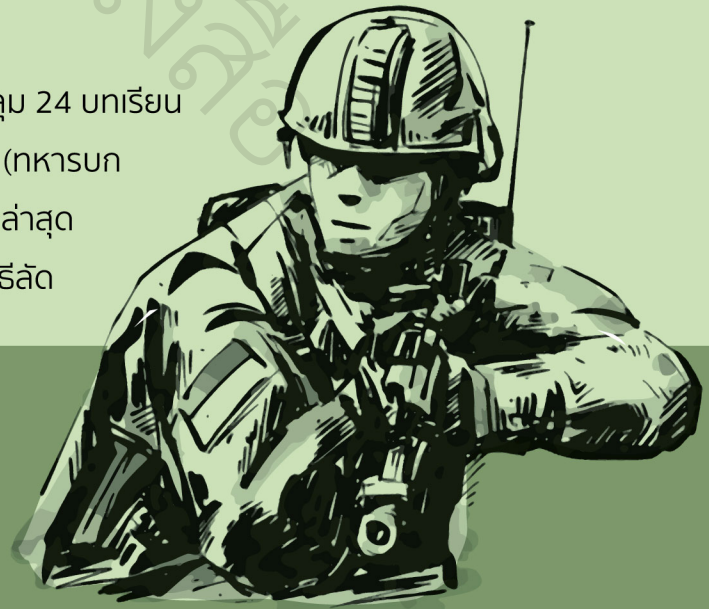
# พีชิต โจทย์คณิต

สอบเข้า **เตรียมทหาร**

# 4 เหล่า



- สรุปเนื้อหาคณิตศาสตร์ ม.1-ม.4 ครบคลุม 24 บทเรียน
- แนวข้อสอบคณิตศาสตร์เจาะจงแต่ละเหล่า (ทหารบก ทหารอากาศ ทหารเรือ และตำรวจ) อัปเดตล่าสุด
- เฉลยละเอียด เข้าใจง่าย พร้อมเทคนิคและวิธีลัด



**อ่านง่าย  
เป็นเร็ว**

• **เรืออากาศโท สุรวุฒิ บัวพรหม**

ครุศาสตร์บัณฑิต เกียรตินิยมอันดับสอง  
เอกคณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
รัฐศาสตร์บัณฑิต มหาวิทยาลัยรามคำแหง  
เจ้าของเพจ: ครูพี่หนุ่ม บ้านเตรียม Math ตัวคณิตศาสตร์

• **อาจารย์อธิเบศร์ กมลนาวัน**

ครุศาสตร์บัณฑิต เกียรตินิยมอันดับหนึ่ง  
เอกคณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

• **อาจารย์กัทลี จันดี**

ครุศาสตร์บัณฑิต เกียรตินิยมอันดับสอง  
เอกคณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สรุปเนื้อหา

CHAPTER

01	เศษส่วนและทศนิยม	6
02	สมการ	9
03	อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ	10
04	กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น	15
05	ระบบสมการ	17
06	พหุนาม	20
07	สมการกำลังสอง	25
08	ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	28
09	การแปลงทางเรขาคณิต	30
10	ความเท่ากันทุกประการ	33
11	เส้นขนาน	36
12	ความคล้าย	38
13	กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง	40

CHAPTER

14	วงกลม	42
15	พื้นที่ผิวและปริมาตร	47
16	สถิติ	52
17	หลักการนับเบื้องต้นและ ความน่าจะเป็น	58
18	อัตราส่วนตรีโกณมิติ	62
19	เซต	66
20	ตรรกศาสตร์	71
21	จำนวนจริง	76
22	ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน	86
23	ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และฟังก์ชันลอการิทึม	96
24	เรขาคณิตวิเคราะห์	101

ข้อสอบ

แนวข้อสอบเข้าเตรียมทหาร (เหล่าทหารบก)	108	แนวข้อสอบเข้าเตรียมทหาร (เหล่าทหารเรือ)	175
เฉลย	119	เฉลย	183
แนวข้อสอบเข้าเตรียมทหาร (เหล่าทหารอากาศ)	146	แนวข้อสอบเข้าเตรียมทหาร (เหล่าตำรวจ)	209
เฉลย	154	เฉลย	217

# CHAPTER 03

## อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ

### อัตราส่วน

อัตราส่วนเป็นความสัมพันธ์ที่แสดงการเปรียบเทียบปริมาณสองปริมาณ ซึ่งอาจมีหน่วยเดียวกันหรือหน่วยต่างกันได้

อัตราส่วนของปริมาณ  $a$  ต่อปริมาณ  $b$  เขียนแทนด้วย  $a : b$  หรือ  $\frac{a}{b}$

ให้หย่า  
เมื่อ  $a \neq b$   
 $a : b$  ไม่เท่ากับ  $b : a$

### อัตราส่วนที่เท่ากัน

การหาอัตราส่วนที่เท่ากัน สามารถทำได้โดยใช้หลักการคูณและหลักการหาร

#### หลักการคูณ

เมื่อคูณแต่ละจำนวนในอัตราส่วนด้วยจำนวนเดียวกันโดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม

$$\text{เช่น } \frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$$

#### หลักการหาร

เมื่อหารแต่ละจำนวนในอัตราส่วนด้วยจำนวนเดียวกันโดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม

$$\text{เช่น } \frac{12}{30} = \frac{12 \div 6}{30 \div 6} = \frac{2}{5}$$

### การตรวจสอบการเท่ากันของอัตราส่วนโดยใช้การคูณไขว้

กำหนดให้  $a, b, c$  และ  $d$  เป็นจำนวนบวก

$$\frac{a}{b} \quad \frac{c}{d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ ก็ต่อเมื่อ } a \times d = c \times b$$

## อัตราส่วนของจำนวนหลาย ๆ จำนวน

ถ้ามีอัตราส่วน 2 อัตราส่วนที่เปรียบเทียบปริมาณของสิ่ง 3 สิ่งเป็นคู่ ๆ สามารถเขียนเป็นอัตราส่วนของปริมาณทั้งสามได้ โดยทำปริมาณของสิ่งที่เป็นตัวร่วมในทั้งสองอัตราส่วนให้เท่ากัน

**ตัวอย่าง** กำหนดให้  $a : b = 2 : 5$  และ  $b : c = 3 : 4$  จงหา  $a : b : c$

**วิธีทำ** จาก  $a : b = 2 : 5$  และ  $b : c = 3 : 4$   
ทำตัวร่วม คือ  $b$  ในทั้งสองอัตราส่วนให้ เป็น 15 (ค.ร.น. ของ 5 และ 3)

$$a : b = 2 \times 3 : 5 \times 3 = 6 : 15$$

$$b : c = 3 \times 5 : 4 \times 5 = 15 : 20$$

$$\text{ดังนั้น } a : b : c = 6 : 15 : 20$$

**ตอบ**  $a : b : c = 6 : 15 : 20$

**ตัวอย่าง** ถ้า  $3x = 4y$  และ  $3y = z$  แล้ว จงหา  $x : y : z$

**วิธีทำ** จาก  $3x = 4y$  จะได้  $\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$  หรือ  $x : y = 4 : 3$

และจาก  $3y = z$  จะได้  $\frac{y}{z} = \frac{1}{3}$  หรือ  $y : z = 1 : 3$

ทำตัวร่วม คือ  $y$  ในทั้งสองอัตราส่วนให้ เป็น 3 (ค.ร.น. ของ 3 และ 1)

$$x : y = 4 : 3$$

$$y : z = 1 \times 3 : 3 \times 3 = 3 : 9$$

$$\text{ดังนั้น } x : y : z = 4 : 3 : 9$$

**ตอบ**  $x : y : z = 4 : 3 : 9$

## สัดส่วน

**สัดส่วน** คือ ประโยคที่แสดงการเท่ากันของอัตราส่วนสองอัตราส่วน

**สัดส่วนตรง** เป็นสัดส่วนของปริมาณ 2 ชุด ที่เปลี่ยนแปลงค่าไปในทิศทางเดียวกัน เช่น

ปากกา (ด้าม)	ราคา (บาท)
1	7
2	14



จากตาราง

ถ้าจำนวนปากกาเพิ่มขึ้นเป็น 2 เท่า ราคาจะเพิ่มขึ้นเป็น 2 เท่า

ถ้าจำนวนปากกาลดลงเป็น 2 เท่า ราคาจะลดลงเป็น 2 เท่า

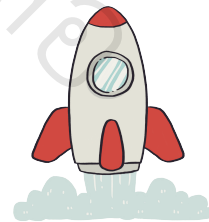
**สัดส่วนผกผัน** เป็นสัดส่วนของปริมาณ 2 ชุด ที่เปลี่ยนแปลงค่าไปในทางตรงกันข้าม เช่น

อัตราเร็ว (กม./ชม.)	เวลา (ชม.)
60	6
120	3

จากตาราง เมื่อระยะทางคงที่

ถ้าอัตราเร็วเพิ่มขึ้นเป็น 2 เท่า เวลาจะลดลงเป็น  $\frac{1}{2}$  เท่า

ถ้าอัตราเร็วลดลงเป็น  $\frac{1}{2}$  เท่า เวลาจะเพิ่มขึ้นเป็น 2 เท่า



**โจทย์ประเภทแรงงาน**



$$\frac{\text{คน}_1 \times \text{เวลา}_1}{\text{งาน}_1} = \frac{\text{คน}_2 \times \text{เวลา}_2}{\text{งาน}_2}$$

**ตัวอย่าง**

คน 6 คน ผลิตเสื้อ 36 ตัว ใช้เวลา 2 ชั่วโมง ถ้าแต่ละคนทำงานเท่า ๆ กัน แล้วคน 10 คน ผลิตเสื้อ 90 ตัว จะใช้เวลากี่ชั่วโมง

**วิธีทำ**

ให้ คน 10 คน ผลิตเสื้อ 90 ตัว ใช้เวลา T ชั่วโมง

$$\text{สูตร} \quad \frac{\text{คน}_1 \times \text{เวลา}_1}{\text{งาน}_1} = \frac{\text{คน}_2 \times \text{เวลา}_2}{\text{งาน}_2}$$

$$\text{จะได้} \quad \frac{6 \times 2}{36} = \frac{10 \times T}{90}$$

$$\frac{6 \times 2 \times 9}{36} = T$$

$$3 = T$$

**ตอบ**

จะใช้เวลา 3 ชั่วโมง

**ร้อยละ**

ร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ คือ อัตราส่วนที่แสดงการเปรียบเทียบปริมาณใดปริมาณหนึ่งต่อ 100

**เพิ่มเติม**

$$\text{กำไร} = \text{ราคาขาย} - \text{ราคาทุน}$$

$$\text{ขาดทุน} = \text{ราคาทุน} - \text{ราคาขาย}$$



กำไร 30% หมายถึง ถ้าราคาทุน 100 บาท ได้กำไร 30 บาท ราคาขาย 130 บาท

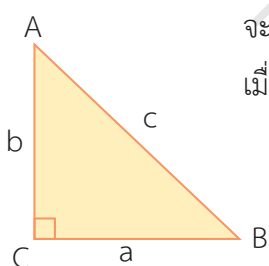
ขาดทุน 30% หมายถึง ถ้าราคาทุน 100 บาท ขาดทุน 30 บาท ราคาขาย 70 บาท

# CHAPTER 08

## ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

### ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก



จะได้  $c^2 = a^2 + b^2$

เมื่อ a และ b แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉากแต่ละด้าน

c แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

### บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ากำลังสองของความยาวของด้านที่ยาวที่สุด เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

เช่น รูปสามเหลี่ยมที่มีความยาวแต่ละด้าน คือ 5, 12, 13

$$\text{จะได้ } 13^2 = 5^2 + 12^2$$

ดังนั้น รูปสามเหลี่ยมนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

#### NOTE

ความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่พบบ่อยในข้อสอบ

3, 4, 5	5, 12, 13	7, 24, 25	8, 15, 17
9, 40, 41	11, 60, 61	1, 1, $\sqrt{2}$	1, $\sqrt{3}$ , 2



## ชนิดของรูปสามเหลี่ยม

กำหนดให้  $a$ ,  $b$ ,  $c$  เป็นความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ โดย  $c$  เป็นความยาวของด้านที่ยาวที่สุด

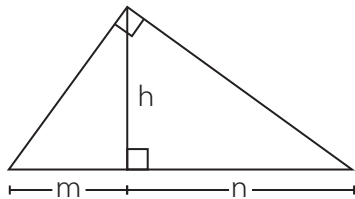
1. ถ้า  $c^2 < a^2 + b^2$  แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม
2. ถ้า  $c^2 = a^2 + b^2$  แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
3. ถ้า  $c^2 > a^2 + b^2$  แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมป้าน

### NOTE

สำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ เมื่อนำความยาวของด้านสองด้านมาบวกกัน จะต้องมากกว่าความยาวของด้านที่สามเสมอ

## สูตรลัดที่ออกสอบบ่อย

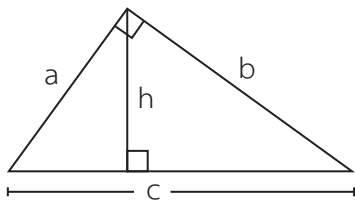
1.



รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังรูป หา  $h$  ได้จาก

$$h = \sqrt{mn}$$

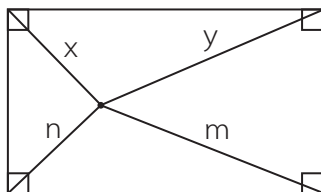
2.



รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังรูป หา  $h$  ได้จาก

$$h = \frac{a \times b}{c}$$

3.



รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และมีจุดภายในรูปสี่เหลี่ยม ดังรูป และมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$x^2 + m^2 = y^2 + n^2$$

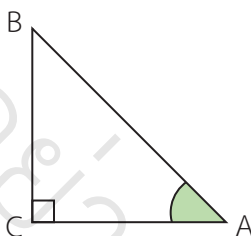


# CHAPTER 18

## อัตราส่วนตรีโกณมิติ

### อัตราส่วนตรีโกณมิติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก ดังรูป



เมื่อพิจารณามุม A จะเรียกชื่อด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม ABC ดังนี้

$\overline{AB}$  เรียกว่า ด้านตรงข้ามมุมฉาก

$\overline{BC}$  เรียกว่า ด้านตรงข้ามมุม A

$\overline{AC}$  เรียกว่า ด้านประชิดมุม A

สามารถนิยามอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม A ที่สำคัญ ได้แก่ ไซน์ (sine), โคไซน์ (cosine) และแทนเจนต์ (tangent) ดังนี้

ไซน์ของมุม A คือ  $\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

โคไซน์ของมุม A คือ  $\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

แทนเจนต์ของมุม A คือ  $\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$

#### NOTE

หลักการจำง่าย ๆ คือ

$$\sin = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}}$$

$$\cos = \frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}}$$

$$\tan = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}}$$

## อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม

อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่สำคัญมีดังนี้

อัตราส่วน ตรีโกณมิติ	ขนาดของมุม A				
	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
sin A	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos A	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan A	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	หาค่าไม่ได้

### NOTE

$$\sin(90^\circ - A) = \cos A$$

$$\cos(90^\circ - A) = \sin A$$

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$$

นอกจากนี้ยังมีอัตราส่วนตรีโกณมิติอื่น ๆ อีก ดังนี้

$$\operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A}$$

$$\sec A = \frac{1}{\cos A}$$

$$\cot A = \frac{1}{\tan A} = \frac{\cos A}{\sin A}$$

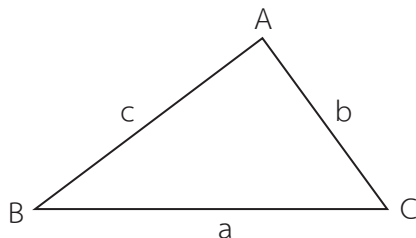


เอกลักษณ์ตรีโกณมิติที่สำคัญ

- $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$
- $\sec^2 A - \tan^2 A = 1$
- $\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$

## กฎของโคไซน์และกฎของไซน์

กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมใด ๆ มีด้านตรงข้ามมุม A, B และ C ยาว a, b และ c หน่วยตามลำดับ ดังรูป



### กฎของโคไซน์

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$

### กฎของไซน์

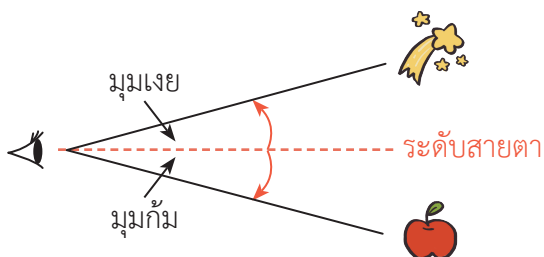
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

หรือ 
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

## การประยุกต์ใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ

**มุมก้ม** เป็นมุมที่เกิดจากแนวเส้นระดับสายตาไปยังแนวการมองวัตถุที่อยู่ต่ำกว่าระดับสายตา

**มุมเงย** เป็นมุมที่เกิดจากแนวเส้นระดับสายตาไปยังแนวการมองวัตถุที่อยู่สูงกว่าระดับสายตา



# CHAPTER 22

## ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

### ความสัมพันธ์

#### ผลคูณคาร์ทีเซียน

ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต  $A$  และเซต  $B$  คือ เซตของคู่อันดับ  $(a, b)$  ทั้งหมด โดยที่  $a \in A$  และ  $b \in B$   
เขียนแทนด้วย  $A \times B$

นั่นคือ  $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \text{ และ } b \in B\}$

เช่น ให้  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{3, 4\}$

จะได้  $A \times B = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\}$

#### สมบัติของผลคูณคาร์ทีเซียน

กำหนดให้  $A$ ,  $B$  และ  $C$  เป็นเซตใด ๆ

1.  $A \times B \neq B \times A$  เมื่อ  $A \neq B$ ,  $A \neq \emptyset$ ,  $B \neq \emptyset$
2. ถ้า  $A$  และ  $B$  เป็นเซตจำกัด แล้ว  $n(A \times B) = n(A) \times n(B)$
3.  $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$
4.  $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
5.  $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$

#### ความสัมพันธ์

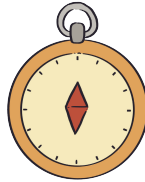
กำหนดให้  $A$  และ  $B$  เป็นเซตใด ๆ

$r$  เป็นความสัมพันธ์จาก  $A$  ไป  $B$  ก็ต่อเมื่อ  $r \subset A \times B$

$r$  เป็นความสัมพันธ์ใน  $A$  ก็ต่อเมื่อ  $r \subset A \times A$

จำนวนความสัมพันธ์จาก A ไป B เท่ากับ  $2^{n(A) \times n(B)}$

เช่น ให้  $n(A) = 3, n(B) = 2$  จะได้จำนวนความสัมพันธ์จาก A ไป B เท่ากับ  $2^{3 \times 2} = 2^6 = 64$



### โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

**บทนิยาม** ให้  $r$  เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B

โดเมนของ  $r$  คือ เซตของสมาชิก **ตัวหน้า** ของคู่อันดับทั้งหมดใน  $r$  นิยมเขียนแทนด้วย  $D_r$

เรนจ์ของ  $r$  คือ เซตของสมาชิก **ตัวหลัง** ของคู่อันดับทั้งหมดใน  $r$  นิยมเขียนแทนด้วย  $R_r$

เช่น ให้  $r = \{(1, 2), (5, 3), (6, 8)\}$  จะได้  $D_r = \{1, 5, 6\}$  และ  $R_r = \{2, 3, 8\}$

หลักเกณฑ์ทั่วไปในการพิจารณาโดเมนและเรนจ์แบบบอกเงื่อนไข (บอกเป็นสมการ) ทำได้ดังนี้

วิธีหาโดเมน	วิธีหาเรนจ์
จัด $y$ ให้อยู่ในเทอมของ $x$ แล้วพิจารณาว่าค่า $x$ เป็นอะไรได้บ้างที่ทำให้ $y$ หาค่าได้	จัด $x$ ให้อยู่ในเทอมของ $y$ แล้วพิจารณาว่าค่า $y$ เป็นอะไรได้บ้างที่ทำให้ $x$ หาค่าได้

**ตัวอย่างที่ 1** กำหนดให้  $r = \left\{ (x, y) \mid y = \frac{2x - 1}{3x + 1} \right\}$  จงหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

วิธีทำ หาโดเมน ; จาก  $y = \frac{2x - 1}{3x + 1}$  ( $y$  อยู่ในเทอมของ  $x$ )

ตัวส่วนต้องไม่เท่ากับศูนย์

จะได้  $3x + 1 \neq 0$

$$x \neq -\frac{1}{3}$$

ดังนั้น  $D_r = \left\{ x \mid x \neq -\frac{1}{3} \right\} = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{1}{3} \right\}$

### สูตรการหาโดเมนและเรนจ์ในรูปแบบที่ออกสอบบ่อย

น้อง ๆ สามารถใช้วิธีหาดังต่อไปนี้ได้เลย แต่ถ้าน้อง ๆ จำสูตรในรูปแบบที่ออกสอบบ่อยได้ ก็จะทำให้ทำข้อสอบเร็วขึ้น

กำหนดให้  $a, b, c$  และ  $d$  เป็นค่าคงตัวใด ๆ

ความสัมพันธ์	โดเมน	เรนจ์	ตัวอย่าง
$\{(x, y) \mid y = ax + b\}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$r = \{(x, y) \mid y = 7x + 4\}$ ตอบ $D_r = \mathbb{R}, R_r = \mathbb{R}$
$\left\{(x, y) \mid y = \frac{ax + b}{cx + d}\right\}$	$\mathbb{R} - \left\{-\frac{d}{c}\right\}$	$\mathbb{R} - \left\{\frac{a}{c}\right\}$	$r = \left\{(x, y) \mid y = \frac{3x - 2}{4x + 8}\right\}$ ตอบ $D_r = \mathbb{R} - \{-2\}$ $R_r = \mathbb{R} - \left\{\frac{3}{4}\right\}$
$\{(x, y) \mid y = \sqrt{ax + b + c}\},$ $a > 0$	$\left[-\frac{b}{a}, \infty\right)$	$[c, \infty)$	$r = \{(x, y) \mid y = \sqrt{2x - 6}\}$ ตอบ $D_r = [3, \infty)$ $R_r = [0, \infty)$
$\{(x, y) \mid y = \sqrt{x^2 - a}\},$ $a > 0$	$(-\infty, -\sqrt{a}] \cup [\sqrt{a}, \infty)$	$[0, \infty)$	$r = \{(x, y) \mid y = \sqrt{x^2 - 9}\}$ ตอบ $D_r = (-\infty, -3] \cup [3, \infty)$ $R_r = [0, \infty)$
$\{(x, y) \mid y = \sqrt{a - x^2}\},$ $a > 0$	$[-\sqrt{a}, \sqrt{a}]$	$[0, \sqrt{a}]$	$r = \{(x, y) \mid y = \sqrt{4 - x^2}\}$ ตอบ $D_r = [-2, 2], R_r = [0, 2]$
$\{(x, y) \mid y = \sqrt{x^2 + a}\},$ $a > 0$	$\mathbb{R}$	$[\sqrt{a}, \infty)$	$r = \{(x, y) \mid y = \sqrt{x^2 + 16}\}$ ตอบ $D_r = \mathbb{R}, R_r = [4, \infty)$

๕๕

แนวข้อสอบ

๖๖

แนวข้อสอบเข้าเตรียมทหาร (เหล่าทหารบก)

1. กำหนดให้  $2(x - y + 1) + 3(2x + y) = 9$   
 $(5x + 3y) - 2(y - 4x) = 12$   
 ค่าของ  $x - y$  เท่ากับเท่าไร
  1. -2
  2. -1
  3. 0
  4. 1
  5. 2
  
2. ถังน้ำใบหนึ่งมีน้ำอยู่  $\frac{1}{8}$  ของถัง เมื่อเติมน้ำลงในถังอีก 69 ลิตร จะได้น้ำครึ่งถังพอดี ถังมีน้ำอยู่เต็มถังจะมีน้ำอยู่ที่กี่ลิตร
  1. 161 ลิตร
  2. 184 ลิตร
  3. 196 ลิตร
  4. 208 ลิตร
  5. 224 ลิตร
  
3. กล้าขับรถไปทางทิศตะวันตกด้วยความเร็ว 70 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เป็นเวลา 6 นาที แล้วขับรถต่อไปทางทิศใต้ด้วยความเร็ว 90 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เป็นเวลา 16 นาที ระยะห่างจากจุดที่กล้าอยู่ตอนนี้กับจุดเริ่มต้นเท่ากับกี่กิโลเมตร
  1. 15 กิโลเมตร
  2. 18 กิโลเมตร
  3. 25 กิโลเมตร
  4. 28 กิโลเมตร
  5. 30 กิโลเมตร
  
4. กำหนดให้  $a : b = 3 : 5$  และ  $b : c = 4 : 6$  ถ้า  $c = 60$  แล้วค่าของ  $a + b$  เท่ากับเท่าไร
  1. 64
  2. 40
  3. 32
  4. 20
  5. 16
  
5. ค่าของ  $\sqrt{14 + 2\sqrt{45}} - \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$  ตรงกับข้อใด
  1. 1
  2. 2
  3. 5
  4.  $\sqrt{5} - \sqrt{3}$
  5.  $2\sqrt{5}$
  
6. ค่าของ  $1.\dot{2}\dot{3} - 0.\dot{3}$  ตรงกับข้อใด
  1.  $0.\dot{8}\dot{9}$
  2.  $0.\dot{9}\dot{3}$
  3.  $0.\dot{9}$
  4. 0.9
  5. 1.0



23. คำตอบของสมการ  $3^{2x+2} + 18(3^{x-1}) - 3 = 0$  เป็นสับเซตของเซตในข้อใด
1.  $(-\infty, -\sqrt{2})$
  2.  $(-\sqrt{2}, 0]$
  3.  $[0, 3)$
  4.  $(-1, 1)$
  5.  $(1, \infty)$
24. เซตคำตอบของสมการ  $\left| \frac{x-2}{x+5} \right| \geq 1$  ตรงกับข้อใด
1.  $(-\infty, -5)$
  2.  $(-\infty, -3]$
  3.  $\left(-\frac{3}{2}, \infty\right)$
  4.  $(-\infty, -5) \cup \left(-5, -\frac{3}{2}\right]$
  5.  $(-\infty, -5) \cup \left[-\frac{3}{2}, \infty\right)$
25. กำหนดให้  $A = \{x \mid x^2 + 5x - 10 > 4\}$  และ  $B = \{x \mid x^2 - 9 < 0\}$  แล้ว  $A' \cap B$  ตรงกับข้อใด
1.  $(-3, 2]$
  2.  $[-7, 3)$
  3.  $[-7, -3)$
  4.  $(-\infty, -7] \cup (-3, \infty)$
  5.  $(-\infty, -7] \cup [2, \infty)$
26. เซตของจำนวนจริง  $x$  ที่สอดคล้องกับสมการ  $(x+2)(x-1)^6(x-5)^3 < 0$  คือข้อใด
1.  $(-\infty, \infty)$
  2.  $(-2, 5)$
  3.  $(1, 5)$
  4.  $(-\infty, -2) \cup (5, \infty)$
  5.  $(-2, 1) \cup (1, 5)$
27. เลขโดดหลักหน่วยของจำนวน  $2^{2,065} + 3^{2,066} + 4^{2,067} + 5^{2,068}$  คือเลขโดดใด
1. 0
  2. 2
  3. 5
  4. 6
  5. 9
28. ค่าของ  $\frac{9^n \cdot 3^4 - 4 \cdot 3^{2n}}{2 \cdot 3^{2n+1} + 9^n \cdot 5}$  ตรงกับข้อใด
1. 11
  2. 10
  3. 9
  4. 8
  5. 7
29. คำตอบของสมการ  $\log_3(9-3x) - 1 = \log_9(x+17)$  เป็นสับเซตของเซตในข้อใด
1.  $(-\infty, -1]$
  2.  $(-1, 3)$
  3.  $[0, 3)$
  4.  $(-1, 8]$
  5.  $[9, \infty)$





## เฉลยแนวข้อสอบเข้าเตรียมทหาร (เหล่าทหารบก)

1. 5	2. 2	3. 3	4. 1	5. 3	6. 1	7. 4	8. 4	9. 3	10. 5
11. 4	12. 3	13. 1	14. 1	15. 2	16. 4	17. 1	18. 3	19. 5	20. 2
21. 4	22. 1	23. 2	24. 4	25. 1	26. 5	27. 1	28. 5	29. 1	30. 4
31. 2	32. 3	33. 5	34. 2	35. 3	36. 4	37. 5	38. 3	39. 3	40. 5
41. 4	42. 2	43. 5	44. 3	45. 4	46. 1	47. 3	48. 5	49. 1	50. 4

## เฉลยละเอียด

## 1. ตอบข้อ 5.

$$\text{จาก } 2(x - y + 1) + 3(2x + y) = 9$$

$$\text{จะได้ } 2x - 2y + 2 + 6x + 3y = 9$$

$$8x + y + 2 = 9$$

$$8x + y = 7 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\text{จาก } (5x + 3y) - 2(y - 4x) = 12$$

$$\text{จะได้ } 5x + 3y - 2y + 8x = 12$$

$$13x + y = 12 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1}; (13x + y) - (8x + y) = 12 - 7$$

$$5x = 5$$

$$x = 1$$

$$\text{แทน } x = 1 \text{ ใน } \textcircled{1}; 8(1) + y = 7$$

$$y = 7 - 8$$

$$y = -1$$

$$\text{ดังนั้น } x - y = 1 - (-1) = 1 + 1 = 2$$

2. **ตอบข้อ 2.**

ให้ถังจุน้ำได้  $x$  ลิตร

ถังน้ำใบหนึ่งมีน้ำอยู่  $\frac{1}{8}$  ของถัง =  $\frac{x}{8}$  ลิตร

เมื่อเติมน้ำลงในถังอีก 69 ลิตร จะได้น้ำครึ่งถังพอดี

จะได้สมการ 
$$\frac{x}{8} + 69 = \frac{x}{2}$$

$$69 = \frac{x}{2} - \frac{x}{8}$$

$$69 = \frac{3x}{8}$$

$$x = \frac{(69)(8)}{3}$$

$$x = 184 \text{ ลิตร}$$

ดังนั้น ถังมีน้ำอยู่เต็มถังจะมีน้ำอยู่ 184 ลิตร

3. **ตอบข้อ 3.**

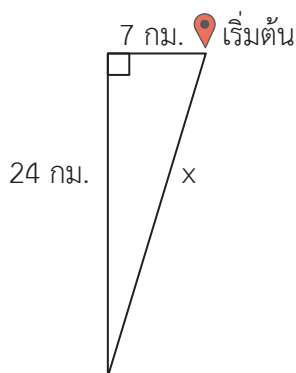
ขับรถไปทางทิศตะวันตกด้วยความเร็ว 70 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เป็นเวลา 6 นาที ( $\frac{6}{60}$  ชั่วโมง)

จะได้ ระยะทาง = ความเร็ว  $\times$  เวลา =  $70 \times \frac{6}{60} = 7$  กิโลเมตร

ขับรถต่อไปทางทิศใต้ด้วยความเร็ว 90 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เป็นเวลา 16 นาที ( $\frac{16}{60}$  ชั่วโมง)

จะได้ ระยะทาง = ความเร็ว  $\times$  เวลา =  $90 \times \frac{16}{60} = 24$  กิโลเมตร

วาดรูปได้ดังนี้



ให้จุดที่ก้ำอยู่ตอนนี้กับจุดเริ่มต้นห่างกัน  $x$  กิโลเมตร

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัสจะได้

$$x^2 = 7^2 + 24^2$$

$$x^2 = 49 + 576$$

$$x^2 = 625$$

$$x = 25 \text{ กิโลเมตร}$$

ดังนั้น ระยะห่างจากจุดที่ก้ำอยู่ตอนนี้กับจุดเริ่มต้นเท่ากับ 25 กิโลเมตร



ขั้นที่ 3 หารอกด้วยของซ้ำของแซนด์วิชแต่ละไส้สามารถจัดวางได้

$$\frac{6! \times P_{7,4}}{4!3!} = \frac{6! \times 7 \times \cancel{6} \times 5 \times 4}{4! \times 6 \times \cancel{6}}$$

$$= 700 \text{ วิธี}$$

ดังนั้น สมรจะวางแซนด์วิชทั้งหมดเรียงเป็นเส้นตรงเพื่อแสดงหน้าร้านโดยที่แซนด์วิชไส้ปุ๊อจะต้องไม่อยู่ติดกันเลยได้ทั้งหมด 700 วิธี

NOTE

$$C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$$P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

**20. ข้อ 2.**

มีลูกบอลทั้งหมด 14 ลูก มีลูกบอลที่ไม่ใช่สีแดง 9 ลูก

สุ่มหยิบลูกบอล 3 ลูกพร้อมกัน จากลูกบอลที่ไม่ใช่สีแดงได้  $C_{9,3} = \frac{9!}{(9-3)!3!}$

$$= \frac{9!}{6!3!}$$

$$= \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6! \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$= 84 \text{ วิธี}$$

ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะหยิบไม่ได้ลูกบอลสีแดงเลยมี 84 วิธี

**21. ข้อ 4.**

ไฟ 1 สำหรับ มีไฟโพดำ 13 ใบ และมีไฟ K 4 ใบ โดยมีไฟ K โปดำรวมอยู่ด้วย

ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะได้ไฟโพดำ หรือไฟ K เท่ากับ  $13 + 4 - 1 = 16$  วิธี

**22. ข้อ 1.**

มีปากการวมกันทั้งหมด 12 ด้าม หยิบออกมา 3 ด้ามพร้อมกัน

จะได้  $n(S) = C_{12,3} = \frac{12!}{(12-3)!3!} = \frac{12 \times 11 \times 10}{9!3!} = \frac{12 \times 11 \times 10}{6} = 220$

หา n(E) โดยการที่จะได้ปากกาครบทุกสี คือเลือกปากกาแต่ละสีมาสีละ 1 ด้าม

$$n(E) = C_{6,1} \times C_{5,1} \times C_{1,1} = \left[ \frac{6!}{(6-1)!1!} \right] \left[ \frac{5!}{(5-1)!1!} \right] \left[ \frac{1!}{(1-1)!1!} \right]$$

$$= \left( \frac{6!}{5!} \right) \left( \frac{5!}{4!} \right) \left( \frac{1!}{1!} \right)$$

$$= (6)(5)(1)$$

$$= 30$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ได้ปากกาครบทั้ง 3 สี คือ  $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{30}{220} = \frac{3}{22}$

จาก  $\widehat{AEF} + \widehat{FEG} + \widehat{GEB} = 180^\circ$  (มุมตรงมีขนาด  $180^\circ$ )

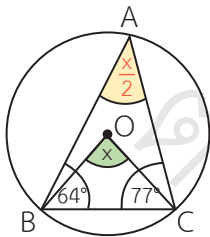
$$50^\circ + a + 70^\circ = 180^\circ$$

$$a + 120^\circ = 180^\circ$$

$$a = 60^\circ$$

ดังนั้น  $a = 60^\circ$

42. ตอบข้อ 2.



1. มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน  
จะได้

$$x = 2(\widehat{BAC})$$

$$\widehat{BAC} = \frac{x}{2}$$

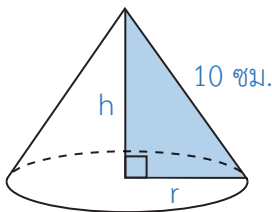
2.  $\triangle ABC$ ;  $\frac{x}{2} + 64^\circ + 77^\circ = 180^\circ$

$$\frac{x}{2} = 39^\circ$$

$$x = 78^\circ$$

ดังนั้น  $x = 78^\circ$

43. ตอบข้อ 5.



พื้นที่ผิวทั้งหมด =  $\pi r l + \pi r^2$

$$96\pi = \pi r(10) + \pi r^2$$

$$96 = 10r + r^2$$

$$r^2 + 10r - 96 = 0$$

$$(r + 16)(r - 6) = 0$$

ความยาวไม่ติดลบ  
 $r = -16, 6$  เซนติเมตร

หา h จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส;

$$h^2 + 6^2 = 10^2$$

$$h^2 = 10^2 - 6^2$$

$$h^2 = 100 - 36$$

$$h^2 = 64$$

$$h = \sqrt{64}$$

$$h = 8 \text{ เซนติเมตร}$$