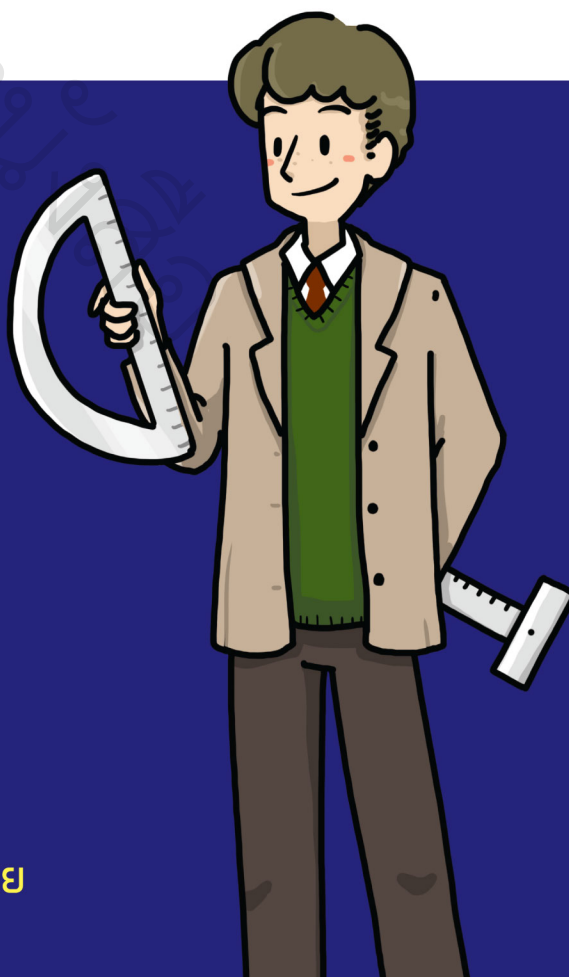


เตรียมพร้อมสอบ

A-Level คณิต 1

คณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 [พื้นฐานและเพิ่มเติม]

- เตรียมพร้อมสอบ A-Level เข้ามหาวิทยาลัยสำหรับนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในส่วนวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1
รวมส่วนคณิตศาสตร์พื้นฐาน และคณิตศาสตร์เพิ่มเติม
โดยคัดแนวข้อสอบที่คาดว่าจะออกสอบอย่างตรงประเด็น
พร้อมเฉลยละเอียดทุกข้อ
- โดย อ.กษิต์เดช สุนทรานนท์



Exercise 1

แนวข้อสอบคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1
ชุดที่ 1

แนวข้อสอบคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 ชุดที่ 1

- ผลบวกของอนุกรมอนันต์ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{16} + \frac{1}{15} + \frac{1}{32} + \frac{1}{21} + \dots$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
 - 2
 - 3
 - 4
 - 5
 - 6
- ให้ A แทนเซตของจำนวนตรรกยะบวก และ $*$ เป็นโอเปอเรชันบน A นิยามโดย $a * b = \frac{ab}{3}$ เมื่อ $a, b \in A$ แล้วอินเวอร์สของ 4 ภายใต้ $*$ เท่ากับเท่าใด
 - $\frac{5}{4}$
 - $\frac{7}{5}$
 - $\frac{9}{4}$
 - $\frac{11}{4}$
 - $\frac{11}{3}$
- ถ้าเส้นตรงที่ลากผ่านจุด $(5, 2)$ และ $(x, 6)$ มีความชันเท่ากับ 4 แล้ว x มีค่าเท่ากับเท่าใด
 - 4
 - 5
 - 6
 - 7
 - 8
- พาราโบลาตัดแกนรูปหนึ่งมีสมการเป็น $\frac{x^2}{2} - 4\sqrt{2}x + \frac{y^2}{2} - 4\sqrt{2}y - xy + 24\sqrt{2} = 0$ มีแกนสมมาตรทำมุม 45° กับแกน X มีจุดยอดอยู่ที่จุด $(3, 3)$ ซึ่งห่างจากเส้นไดเรกทริกซ์ 2 หน่วย จงหาความยาวของเลตัสเรกตัมของพาราโบลารูปนี้
 - 4 หน่วย
 - 5 หน่วย
 - 6 หน่วย
 - 7 หน่วย
 - 8 หน่วย
- โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน $f(x) = 2 - \sqrt{2x - 5}$ เท่ากับเท่าใด
 - $D_f = \left[\frac{2}{5}, \infty\right)$ และ $R_f = (-\infty, 3)$
 - $D_f = \left(\frac{5}{2}, \infty\right)$ และ $R_f = (-\infty, 2)$
 - $D_f = \left[\frac{3}{2}, \infty\right)$ และ $R_f = (-\infty, 3]$
 - $D_f = \left[\frac{5}{2}, \infty\right)$ และ $R_f = (-\infty, 2]$
 - $D_f = \left[\frac{3}{2}, \infty\right)$ และ $R_f = (-\infty, 2)$

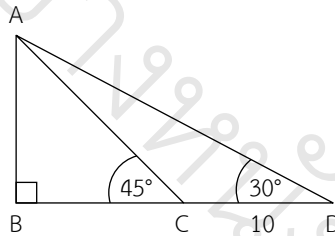
6. ข้อใดต่อไปนี้ไม่เป็นจริง

1. ถ้า x เป็นจำนวนตรรกยะ แล้วจะไม่สามารถหาค่า x ซึ่งมีค่าน้อยที่สุด โดยที่ $|x| < 9$
2. ถ้า a เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นศูนย์ แล้วจะมีจำนวนเต็ม p และ q ซึ่ง $p \neq a, q \neq 0$ และ $\frac{p}{q} \neq a$
3. ถ้า a เป็นจำนวนจริงที่ไม่เป็นจำนวนตรรกยะ แล้วจะเขียน a ได้ในรูปทศนิยมไม่ซ้ำ
4. ถ้า a เป็นจำนวนจริง แล้ว $\sqrt[n]{a^n} = a$ เมื่อ $n = 2, 4, 6, \dots$
5. มีจำนวนตรรกยะ a, b ซึ่ง $a \neq -b$ และ $a + b$ เป็นจำนวนตรรกยะ

7. กำหนดให้ a เป็นจำนวนจริง และ $A = \sqrt{\frac{3}{5}}a + \frac{a}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{108}}{3}a + \frac{5a}{\sqrt{3}}$ ค่าของ A^2 เท่ากับเท่าใด

- | | |
|---------------------|---------------------|
| 1. $\frac{3a^2}{5}$ | 2. $\frac{3a^2}{6}$ |
| 3. a^2 | 4. $2a^2$ |
| 5. $3a^2$ | |

8. จากรูป จงหาความยาวของ \overline{BC} เมื่อกำหนดให้ \overline{CD} ยาว 10 หน่วย



- | | |
|---------------------|---------------------|
| 1. $5\sqrt{3} + 5$ | 2. $5\sqrt{3} - 10$ |
| 3. $5\sqrt{3} + 10$ | 4. $5\sqrt{3} - 12$ |
| 5. $5\sqrt{3}$ | |

9. ถ้า $f(x + x^{-1}) = x^3 + x^{-3}$ แล้วค่าของ $f(-1)$ เป็นเท่าไร

- | | |
|------|------|
| 1. 3 | 2. 4 |
| 3. 5 | 4. 6 |
| 5. 7 | |

18. จากการสุ่มครอบครัวในหมู่บ้านหนึ่งมา 1 ครอบครัว พบว่าความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนั้นจะมีอาชีพเลี้ยงไก่เท่ากับ 0.5 ความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนั้นจะเลี้ยงหมูเท่ากับ 0.6 และความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนั้นจะเลี้ยงทั้งไก่และหมูเท่ากับ 0.3 ถ้าหมู่บ้านแห่งนี้มี 250 ครอบครัว จงหาว่า มีกี่ครอบครัวที่จะเลี้ยงไก่หรือเลี้ยงหมู
1. 170 ครอบครัว
 2. 180 ครอบครัว
 3. 200 ครอบครัว
 4. 220 ครอบครัว
 5. 250 ครอบครัว
19. ให้ a_1, a_2, a_3, \dots เป็นลำดับของจำนวนเต็มที่เรียงตามกฎต่อไปนี้
- ก. ถ้า a_n เป็นจำนวนเต็มคู่ แล้ว $a_{n+1} = \frac{1}{2} \times a_n$
- ข. ถ้า a_n เป็นจำนวนเต็มคี่ แล้ว $a_{n+1} = a_n + 1$
- ถ้า $a_1 = 10,000$ จงหา n ที่น้อยที่สุดที่ทำให้ $a_n = 1$
1. 20
 2. 21
 3. 22
 4. 23
 5. 25
20. ปันเป็นเซลล์ชายที่ดินซึ่งได้รับเงินเดือนเดือนละ 25,000 บาท และได้รับเงินอีก 5% ของยอดขายที่ปันขายได้ จงหาว่าในเดือนที่ปันมียอดขาย 1,000,000 บาท ปันจะได้รับเงินในเดือนนั้นกี่บาท
1. 65,000 บาท
 2. 70,000 บาท
 3. 72,000 บาท
 4. 75,000 บาท
 5. 85,000 บาท
21. ให้ A คือ เซตคำตอบของ $|5x^2 + 11x - 9| = 3$ แล้วจำนวนสมาชิกของ A ที่เป็นจำนวนอตรรกยะ คือข้อใดต่อไปนี้
1. 0
 2. 1
 3. 2
 4. 3
 5. 4
22. ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย
- $x, 14, 13, 12.5, 11, 9.5, 7, 10, 11.5, 10.5$
- ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้ มีค่าเท่ากับฐานนิยม แล้ว x มีค่าเท่ากับเท่าใด
1. 5
 2. 7
 3. 8
 4. 10
 5. 11

24. ให้ a_n เป็นลำดับซึ่ง $a_1 = 1, a_2 = 4$ และ $a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$ เมื่อ $n \in \{2, 3, 4, \dots\}$ ค่าของ

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{a_n}{a_{n-1} \cdot a_{n+1}}$$
 เท่ากับเท่าใด

- | | |
|---|------------------|
| 1. $\frac{3}{2}$ | 2. $\frac{5}{4}$ |
| 3. $\frac{3}{5}$ | 4. $\frac{4}{3}$ |
| 5. หาผลบวกไม่ได้ เพราะอนุกรมนี้เป็นอนุกรมลู่ออก | |

25. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม และ D เป็นจุดกึ่งกลางด้าน BC

ถ้า $AB = 4$ หน่วย, $AC = 3$ หน่วย และ $AD = \frac{5}{2}$ หน่วย แล้วด้าน BC ยาวเท่ากับเท่าใด

- | | |
|------|------|
| 1. 3 | 2. 4 |
| 3. 5 | 4. 6 |
| 5. 7 | |

26. ค่า x ที่สอดคล้องสมการ $\frac{\log 2x}{\log 3} + \log_3(x - 12) = \log_{\sqrt{3}} [\sqrt{x}(\sqrt{x+5} - \sqrt{x-5})]$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

.....

.....

.....

27. ลูกโป่งหนึ่งมีลูกแก้วสีแดง 4 ลูก สีเขียว 6 ลูก สุ่มหยิบลูกแก้วจากลูกโป่งนี้ครั้งละ 1 ลูก 4 ครั้ง โดยใส่ลูกแก้วคืนลูกก่อนหยิบครั้งต่อไปทุกครั้ง ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกแก้วสีเขียวเพียงครั้งเดียวเท่ากับเท่าใด

.....

.....

.....

28. กำหนดให้วงรีวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(2, 1)$ โฟกัสจุดหนึ่งอยู่ที่จุด $(-6, 1)$ และมีเส้นตรง $x = 12$ เป็นเส้นสัมผัส ณ จุดยอดจุดหนึ่งของวงรี แล้วแกนโทของวงรีจะยาวเท่าไร

.....

.....

.....

29. กำหนด $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots\}$ เป็นลำดับของจำนวนจริง
ให้นิยามลำดับ ΔA เป็นดังนี้

$$\Delta A = \{a_2 - a_1, a_3 - a_2, a_4 - a_3, \dots, a_{n+1} - a_n, \dots\}$$

ถ้า $\Delta(\Delta A) = \{1, 1, 1, \dots\}$ และสมมติว่า $a_{25} = 1,000$ และ $a_{49} = 1,900$
แล้วค่าของ a_1 เท่ากับเท่าใด

.....

.....

.....

30. ในการสอบวิชาคณิต นักเรียนที่ได้เกรด 4 จะต้องเป็นนักเรียนที่ได้คะแนนสูงสุด 10% แรก ถ้า
นักเรียนห้องนี้มีทั้งหมด 40 คน และผลสอบของนักเรียนกลุ่มนี้สรุปได้ดังตารางต่อไปนี้

คะแนน	จำนวนนักเรียน
1-10	5
11-20	x
21-30	10
31-40	8
41-50	y

ถ้าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 30 ของคะแนนนักเรียนทั้งหมดเท่ากับ 20.5 คะแนน แล้วคะแนนต่ำที่สุดที่
นักเรียนจะได้เกรด 4 เท่ากับเท่าใด

.....

.....

.....

A

เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 ชุดที่ 1

1. ตอบข้อ 1 วิธีทำ จากอนุกรมอนันต์ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{16} + \frac{1}{15} + \frac{1}{32} + \frac{1}{21} + \dots$

จะสังเกตเห็นว่าอนุกรมนี้ประกอบด้วยอนุกรม 2 ชุดบวกกัน

พิจารณาผลบวกพจน์ที่เป็นอนุกรมเรขาคณิต

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots$$

จากสูตร $S_{\infty} = \frac{a_1}{1-r}$ เมื่อ $a_1 = \frac{1}{2}, r = \frac{1}{2}$

$$= \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 1$$

พิจารณาผลบวกพจน์คู่เป็นอนุกรมเทเลสโคปิก

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{21} + \dots = \frac{2}{6} + \frac{2}{12} + \frac{2}{20} + \frac{2}{30} + \frac{2}{42} + \dots$$

$$= 2 \left[\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \dots \right]$$

$$= 2 \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6} \right) + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{7} \right) + \dots \right]$$

$$= 2 \left(\frac{1}{2} \right) = 1$$

ดังนั้น ผลบวกอนันต์ของอนุกรม $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{16} + \frac{1}{15} + \frac{1}{32} + \frac{1}{21} + \dots$

$$= 1 + 1 = 2$$

2. ตอบข้อ 3 วิธีทำ ให้ e เป็นเอกลักษณ์ภายใต้ * บน A

จะได้ $a * e = e * a = a \because *$ มีสมบัติการสลับที่

ดังนั้น $\frac{ae}{3} = a$

$$a \left(\frac{e}{3} - 1 \right) = 0$$

จะได้ $a = 0$ หรือ $e = 3$ แต่ $0 \notin A$

นั่นคือ เอกลักษณ์ภายใต้ * บน A คือ 3

ให้ x เป็นอินเวอร์สของ 4 ภายใต้ *

6. ตอบข้อ 4 วิธีทำ พิจารณา

- **ตัวเลือกข้อ 1** ถูกต้อง เพราะ ถ้า a และ b เป็นจำนวนตรรกยะแล้ว $\frac{1}{2}(a + b)$ ก็ยังคงเป็นจำนวนตรรกยะด้วย นอกจากนั้นถ้า $a < b$ แล้ว $A < \frac{1}{2}(a + b) < B$ ดังนั้น จึงไม่สามารถหา x ซึ่งมีค่าน้อยที่สุด โดยที่ $|x| < 9$
- **ตัวเลือกข้อ 2** ถูกต้อง เพราะ สามารถเลือก $p = 2a$ และ $q = 2$ สามารถเขียนเป็น $\frac{p}{q} = a$ ได้
- **ตัวเลือกข้อ 3** ถูกต้อง เพราะ ถ้า a สามารถเขียนในรูปทศนิยมแบบซ้ำได้ a ก็จะเป็นจำนวนตรรกยะ
- **ตัวเลือกข้อ 4** ผิด เพราะ เลือก $a = -1$ และ $n = 2$ จะพบว่า ${}^2\sqrt{(-1)^2} = {}^2\sqrt{1} = 1 \neq -1$
- **ตัวเลือกข้อ 5** ถูกต้อง เพราะ ถ้าเลือก $a = \sqrt{2}$, $b = 1 - \sqrt{2}$ ซึ่งจะพบว่า $a \neq -b$ จริง และ $a + b = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} = 1$ เป็นจำนวนตรรกยะจริง

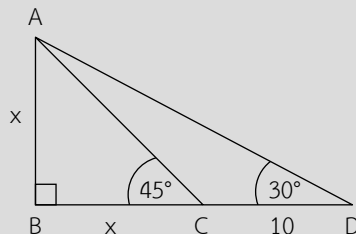
7. ตอบข้อ 1 วิธีทำ จาก

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{\frac{3}{5}}a + \frac{a}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{108}}{3}a + \frac{5a}{\sqrt{3}} \\ &= a\left(\sqrt{\frac{3}{5}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{108}}{3} + \frac{5}{\sqrt{3}}\right) \\ &= a\left(\sqrt{\frac{3}{5}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{6\sqrt{3}}{3} + \frac{5}{\sqrt{3}}\right) \\ &= a\left(\sqrt{\frac{3}{5}} + 0\right) \\ &= \sqrt{\frac{3}{5}}a \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$A^2 = \frac{3a^2}{5}$$

8. ตอบข้อ 1 วิธีทำ พิจารณา



$$\tan 30^\circ = \frac{x}{x + 10}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{x + 10}$$

12. ตอบข้อ 4 วิธีทำ จากโจทย์กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} a & 1 & 2a + \sqrt{6} \\ 6 & a & 3 \\ a & 2 & a \end{bmatrix}$

จาก $M_{11} = 18 \begin{vmatrix} a & 3 \\ 2 & a \end{vmatrix}$
 $18 = a^2 - 6$
 $a^2 = 24$
 $a = \pm 2\sqrt{6}$

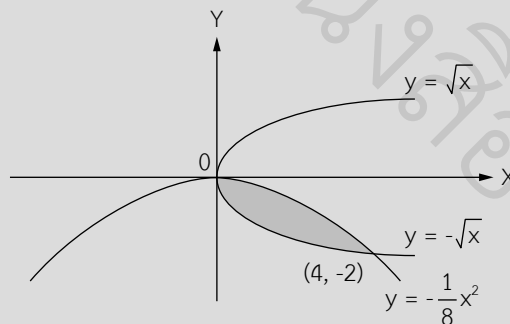
จาก $M_{22} = \begin{vmatrix} a & 2a + \sqrt{6} \\ a & a \end{vmatrix}$
 $-12 = a^2 - 2a^2 - \sqrt{6}a$
 $12 = a^2 + \sqrt{6}a$

จากการแทนค่า $a = \pm 2\sqrt{6}$ จะได้ว่า $a = -2\sqrt{6}$

$$A = \begin{bmatrix} -2\sqrt{6} & 1 & -3\sqrt{6} \\ 6 & -2\sqrt{6} & 3 \\ -2\sqrt{6} & 2 & -2\sqrt{6} \end{bmatrix}$$

ดังนั้น $C_{33}(A) = (-1)^{3+3}M_{33} = \begin{vmatrix} -2\sqrt{6} & 1 \\ 6 & -2\sqrt{6} \end{vmatrix} = 24 - 6 = 18$

13. ตอบข้อ 2 วิธีทำ จากสมการเส้นโค้ง $x = y^2$ กับ $x^2 = -8y$ เขียนกราฟได้ดังนี้



หาจุดตัดระหว่างกราฟจาก $(y^2)^2 = -8y$ (แทนค่า $x = y^2$)

$$y^4 + 8y = 0$$

$$y(y^3 + 8) = 0$$

$$y(y + 2)(y^2 - 2y + 4) = 0$$

$$y = 0, -2 \left(\text{ไม่ใช่ค่า } \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4(4)}}{2} \text{ เพราะไม่ใช่จำนวนจริง} \right)$$

จะได้

$$x = 0, 4$$

23. ตอบข้อ 1 เพราะ โจทย์กำหนดค่า $\bar{x} = 70$, $S^2 = 100$

จากคุณสมบัติของค่ามาตรฐานที่ว่าผลรวมของค่ามาตรฐานทั้งหมดมีค่าเท่ากับ 0 ทำให้ได้ว่า

$$Z_{\text{จอห์น}} + Z_{\text{แจ็ก}} + (-2) = 0$$

$$Z_{\text{จอห์น}} + Z_{\text{แจ็ก}} = 2$$

เนื่องจากจอห์นและแจ็กทำคะแนนสอบได้เท่ากัน จึงได้ว่า $Z_{\text{จอห์น}} = 1 = \frac{Z_{\text{จอห์น}} - \bar{x}}{S}$

จะได้ $Z_{\text{จอห์น}} = 80$

ดังนั้น คนที่ได้คะแนนมากกว่า 1 ใน 4 เท่าของคะแนนจอห์นอยู่ 5 คะแนน จึงทำคะแนนได้

$$\frac{1}{4}(80) + 5 = 25$$

ซึ่งคิดเป็นค่ามาตรฐาน $z = \frac{25 - 70}{10} = -\frac{45}{10} = -4.5$

24. ตอบข้อ 2 วิธีทำ จากโจทย์ $a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$

$$a_n = a_{n+1} - a_{n-1}$$

พิจารณา

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{a_n}{a_{n-1} \cdot a_{n+1}}$$

$$= \sum_{n=2}^{\infty} \frac{a_{n+1} - a_{n-1}}{a_{n-1} \cdot a_{n+1}}$$

$$= \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a_{n+1}}{a_{n-1} \cdot a_{n+1}} - \frac{a_{n-1}}{a_{n-1} \cdot a_{n+1}} \right)$$

$$= \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{a_{n-1}} - \frac{1}{a_{n+1}} \right)$$

เมื่อแทน

$$n = 2, 3, 4, \dots$$

จะได้

$$= \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_3} \right) + \left(\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_4} \right) + \left(\frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_5} \right) + \dots$$

$$= \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}$$

$$= \frac{1}{1} + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{5}{4}$$

25. ตอบข้อ 3 วิธีทำ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี AB = 4 หน่วย, AC = 3 หน่วย และ D เป็นจุดกึ่งกลาง

ด้าน BC โดยมี AD = $\frac{5}{2}$ หน่วย

ให้ B อยู่ที่จุด (0, 0)

A อยู่ที่จุด (4, 0)

C อยู่ที่จุด (h, k)

30. ตอบ

46.5

วิธีทำ เปอร์เซ็นไทล์ที่ 30 ของคะแนนนักเรียนทั้งหมดเท่ากับ 20.5 คะแนน ซึ่งเป็นขอบบนของชั้นที่ 2

$$\text{ตำแหน่งของ } P_{30} = \frac{30 \times 40}{100} = 12$$

จากตารางจะได้ $12 = 5 + x$ จะได้ $x = 7$

$$\begin{aligned} \text{โจทย์กำหนดว่านักเรียนทั้งหมดมี 40 คน จะได้ } 40 &= 5 + x + 10 + 8 + y \\ 40 &= 5 + 7 + 10 + 8 + y \\ y &= 10 \end{aligned}$$

คนที่ได้เกรด 4 คือ คนที่ได้คะแนนสูงสุด 10% แรกซึ่งคือ P_{90}

$$\text{ตำแหน่ง } P_{90} = \frac{90 \times 40}{100} = 36 \text{ แสดงว่านักเรียนคนที่ 36 อยู่ในชั้น 41-50}$$

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร } P_r &= \left(L + \frac{I \left(\frac{rN}{100} - \sum f_L \right)}{f} \right) \\ &= 40.5 + \frac{10 \left(\frac{90 \times 40}{100} - 30 \right)}{10} \\ &= 46.5 \end{aligned}$$