สรุปหลัก & วิธีคิด พิชิตสอบ

PAT 1

ฉบับสมบูรณ์

ความถนัดทางคณิตศาสตร์

มั่นใจเต็ม 100

เหมาะสำหรับนักเรียนชั้น ม.4-5-6 ที่กำลังเตรียมตัวสอบความถนัดทางคณิตศาสตร์ (PAT 1) พร้อมสำหรับการยื่นคะแนนเพื่อก้าวสู่คณะและมหาวิทยาลัยที่ใฝ่ฝันอย่างมั่นใจด้วยคะแนนที่สูงกว่าเพื่อนๆ

- สรุปเนื้อหาคณิต ม.ปลาย อัพเดตเนื้อหาล่าสุด 2564-65 คัดมาแบบเน้นๆ ที่ตรงกับแนวโน้มการสอบ PAT 1 ปีล่าสุด
- แนวข้อสอบที่อัพเดตตามรูปแบบการสอบปีล่าสุดของ สทศ. จัดมาให้ฝึกฝีมือมากถึง 5 ชุด
- เฉลยแบบละเอียด ทำให้รู้จุดอ่อน พร้อมเสริมเทคนิคที่ช่วยลดเวลา เพิ่มโอกาสทำคะแนนที่สูงกว่า

จัดเต็มทุกกระบวนท่า

- สรุปเนื้อหาเข้มข้น
- แนวข้อสอบเสมือนจริง
- ความรู้ + เทคนิคคิดลัด
- ทบทวนได้ในเวลาจำกัด

เพราะ PAT 1 ไม่เคยง่าย และต้องแข่งขันกันสูง

ทางเดียวที่ต้องไป คือ ทบทวนให้ครบ ฝึกฝนกับแนวข้อสอบจริงให้มากพอ จึงจะทำให้คะแนน PAT 1 เปลี่ยนจากจุดอ่อนกลายเป็นจุดแข็งให้เรา

ดุษณี บานชื่น
ฐาปกรณ์ พันธรักษ์

INFOPRESS
จัดจำหน่ายโดย IDC PREMIER

สารบัญ

Part 2 ตะลุยโจทย์

01 PART

สรุปเน้น !! พิเศษ

PAT 1

บทที่ 1 เซต

PART 01

สับเซตและเพาเวอร์เซต

สับเซต

เซต A จะเป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อ สมาชิกทุกตัวในเซต A เป็นสมาชิกในเซต B เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A \subset B$

ดังนั้น เซต A จะไม่เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อ สมาชิกบางตัวในเซต A ไม่เป็นสมาชิกในเซต B

สมบัติของสับเซต

1. $\varnothing \subset A$
2. $A \subset A$
3. $A = B$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$ และ $B \subset A$
4. ถ้า A เป็นเซตที่มีสมาชิก n ตัว แล้วจำนวนสับเซตทั้งหมดของ A เท่ากับ 2^n

เพาเวอร์เซต

เพาเวอร์เซตของ A หมายถึง เซตของสับเซตทั้งหมดของเซต A เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ P(A) หรือก็คือ

$P(A) = \{x \mid x \subset A\}$

สมบัติของเพาเวอร์เซต

1. $\varnothing \in P(A)$
2. $A \in P(A)$
3. $A \in P(B)$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$
4. $P(A) \subset P(B)$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$
5. $P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$
6. $P(A) \cup P(B) \subset P(A \cup B)$

การดำเนินการของเซต

การดำเนินการของเซตประกอบด้วย 4 การดำเนินการ ได้แก่ ยูเนียน (Union : $\cup$), อินเตอร์เซคชัน (Intersection : $\cap$), ผลต่าง (Difference : $-$) และ คอมพลีเมนต์ (Complement : $'$)

สมบัติที่สำคัญเกี่ยวกับการดำเนินการของเซต

1. กฎการสลับที่

   $A \cup B = B \cup A$

   $A \cap B = B \cap A$

2. กฎการเปลี่ยนหมู่

   $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

   $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

3. กฎการแจกแจง

   $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

   $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

4. กฎของคอมพลีเมนต์

   $A \cup A' = U$

   $A \cap A' = \varnothing$

   $A - B = A \cap B'$

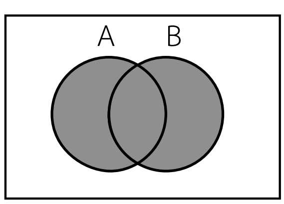
5. กฎของเดอมอร์แกน

   $(A \cup B)' = A' \cap B'$

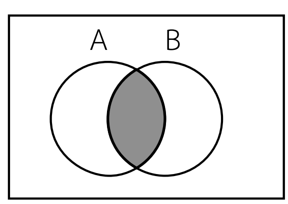
   $(A \cap B)' = A' \cup B'$

แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ และการแก้ปัญหา

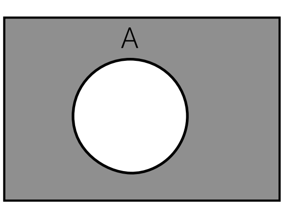
แผนภาพเวนน์–ออยเลอร์



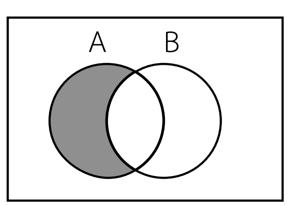
$A \cup B$



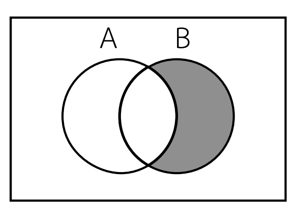
$A \cap B$



A'



$A - B$



$B - A$

จำนวนของเซตที่เกิดจากการยูเนียนกัน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตจำกัดใดๆ ในเอกภพสัมพัทธ์ U

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$

กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตจำกัดใดๆ ในเอกภพสัมพัทธ์ U

$$n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(A\cap C)-n(B\cap C)+n(A\cap B\cap C)$$

บทที่ 2 ตรรกศาสตร์

PAT 1

ประพจน์และการเชื่อมประพจน์

ค่าความจริงของตัวเชื่อมประพจน์

ตัวเชื่อมประพจน์ทางตรรกศาสตร์ มี 4 แบบ ได้แก่ และ “$\wedge$”, หรือ “$\vee$”, ถ้า...แล้ว “$\rightarrow$”, ก็ต่อเมื่อ “$\leftrightarrow$” และมีค่าความจริงของการเชื่อมประพจน์ดังตารางต่อไปนี้

p	q	$\sim p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
T	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F	F
F	T	T	F	T	T	F
F	F	T	F	F	T	T

ค่าความจริงของประพจน์ที่ไม่ทราบค่าความจริงบางประพจน์

กำหนดให้ p แทนประพจน์ใดๆ

โดยที่ T แทนประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริง และ F แทนประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ

1. $p \wedge T \equiv p$
2. $p \wedge F \equiv F$
3. $p \vee T \equiv T$
4. $p \vee F \equiv p$
5. $p \rightarrow T \equiv T$
6. $p \rightarrow F \equiv \sim p$
7. $T \rightarrow p \equiv p$
8. $F \rightarrow p \equiv T$
9. $p \leftrightarrow T \equiv p$
10. $p \leftrightarrow F \equiv \sim p$

วิธีคิด : ให้คิดค่าความจริงของประพจน์ โดยสมมติค่าความจริงของประพจน์ p ออกเป็น 2 กรณี (กรณีที่ 1 : $p \equiv T$ และ กรณีที่ 2 : $p \equiv F$)

1. ถ้าค่าความจริงของทั้งสองกรณีเป็นจริง ประพจน์นั้นมีค่าความจริงเป็น T
2. ถ้าค่าความจริงของทั้งสองกรณีเป็นเท็จ ประพจน์นั้นมีค่าความจริงเป็น F
3. ถ้าค่าความจริงตรงกับแต่ละกรณีของประพจน์ p (กรณี $p \equiv T$ ได้ผลลัพธ์เป็นจริง และกรณี $p \equiv F$ ได้ผลลัพธ์เป็นเท็จ) ประพจน์นั้นมีค่าความจริงเป็น p
4. ถ้าค่าความจริงตรงข้ามกับแต่ละกรณีของประพจน์ p (กรณี $p \equiv T$ ได้ผลลัพธ์เป็นเท็จ และกรณี $p \equiv F$ ได้ผลลัพธ์เป็นจริง) ประพจน์นั้นมีค่าความจริงเป็น $\sim p$

ประพจน์ที่สมมูลกัน

ประพจน์ที่สมมูลกัน หมายถึง ประพจน์ที่มีค่าความจริงตรงกันทุกกรณี โดยใช้สัญลักษณ์ "≡" คั่นระหว่างประพจน์ที่สมมูลกัน

รูปแบบประพจน์ที่สมมูลกัน

1. กฎการนิเสธสองชั้น

$\sim(\sim p) \equiv p$

2. กฎการสลับที่

$p \wedge q \equiv q \wedge p$

$p \vee q \equiv q \vee p$

$p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p$

3. กฎการเปลี่ยนหมู่

$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$

$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$

$p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r) \equiv (p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r \equiv p \leftrightarrow q \leftrightarrow r$

4. กฎการแจกแจง

$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

5. กฎไอเดมโพเทนต์

$p \wedge p \equiv p$

$p \vee p \equiv p$

6. กฎนิเสธ

$p \wedge \sim p \equiv F$

$p \vee \sim p \equiv T$

7. กฎของเดอมอร์แกน

$\sim\left(p\wedge q\right)\equiv\sim p\vee\sim q$

$\sim\left(p\vee q\right)\equiv\sim p\wedge\sim q$

8. กฎการดูดซึม

$p\wedge\left(p\vee q\right)\equiv p$

$p\vee\left(p\wedge q\right)\equiv p$

9. กฎของตัวเชื่อม “ถ้า...แล้ว” และ “ก็ต่อเมื่อ”

$p\rightarrow q\equiv\sim p\vee q\equiv\sim q\rightarrow\sim p$

$p\leftrightarrow q\equiv\left(p\rightarrow q\right)\wedge\left(q\rightarrow p\right)$

สัจนิรันดร์

สัจนิรันดร์ หมายถึง ประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี

เช่น ประพจน์ $\left(p\wedge q\right)\rightarrow p$ โดยแสดงค่าความจริงดังตารางต่อไปนี้

p	q	$p\wedge q$	$(p\wedge q)\rightarrow p$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	F	T

การตรวจสอบสัจนิรันดร์ของประพจน์

1. วิธีการตรวจสอบสัจนิรันดร์ของประพจน์ในรูปแบบ $p\rightarrow q$
   - กำหนดให้ประพจน์มีค่าความจริงเป็นเท็จ
   - หาค่าความจริงของประพจน์ย่อย

     หาก**พบข้อขัดแย้ง**ของประพจน์ย่อย แสดงว่าประพจน์นี้เป็น**สัจนิรันดร์**

     หาก**ไม่พบข้อขัดแย้ง**ของประพจน์ย่อย แสดงว่าประพจน์นี้**ไม่เป็นสัจนิรันดร์**
2. วิธีการตรวจสอบสัจนิรันดร์ของประพจน์ในรูปแบบ $p\leftrightarrow q$
   - ตรวจสอบว่าประพจน์ย่อยที่อยู่ทั้งสองฝั่งของเครื่องหมาย $\leftrightarrow$ สมมูลกันหรือไม่

     ถ้าประพจน์ย่อย**สมมูลกัน** แสดงว่าประพจน์นี้เป็น**สัจนิรันดร์**

     ถ้าประพจน์ย่อย**ไม่สมมูลกัน** แสดงว่าประพจน์นี้**ไม่เป็นสัจนิรันดร์**

ตัวบ่งปริมาณ

ชนิดของตัวบ่งปริมาณ

ตัวบ่งปริมาณ หมายถึง วลีที่ใช้บ่งบอกปริมาณความมากน้อยของตัวแปร ซึ่งมีอยู่ 2 ชนิด ได้แก่ $\forall$ (For All) หมายถึง “ทั้งหมด” และ $\exists$ (For Some) หมายถึง “บางตัว” โดยที่

1. $\forall x[P(x)]$ หมายถึง สมาชิกทุกตัวในเอกภพสัมพัทธ์ U ที่ทำให้เงื่อนไข $P(x)$ เป็นจริง
2. $\exists x[P(x)]$ หมายถึง สมาชิกบางตัวในเอกภพสัมพัทธ์ U ที่ทำให้เงื่อนไข $P(x)$ เป็นจริง

ค่าความจริงของตัวบ่งปริมาณ

1. $\forall x[P(x)]$
   เป็นจริง ก็ต่อเมื่อ x ทุกตัวใน U ทำให้ $P(x)$ เป็นจริง
   เป็นเท็จ ก็ต่อเมื่อ มี x อย่างน้อยหนึ่งตัวใน U ทำให้ $P(x)$ เป็นเท็จ
2. $\exists x[P(x)]$
   เป็นจริง ก็ต่อเมื่อ มี x อย่างน้อยหนึ่งตัวใน U ทำให้ $P(x)$ เป็นจริง
   เป็นเท็จ ก็ต่อเมื่อ x ทุกตัวใน U ทำให้ $P(x)$ เป็นเท็จ
3. $\forall x \forall y[P(x, y)]$
   เป็นจริง ก็ต่อเมื่อ (x, y) ทุกคู่ใน U ทำให้ $P(x, y)$ เป็นจริง
   เป็นเท็จ ก็ต่อเมื่อ มี (x, y) อย่างน้อยหนึ่งคู่ใน U ทำให้ $P(x, y)$ เป็นเท็จ
4. $\forall x \exists y[P(x, y)]$
   เป็นจริง ก็ต่อเมื่อ แต่ละค่า x ใน U สามารถจับคู่กับค่า y ใน U ได้อย่างน้อยหนึ่งตัว ที่ทำให้ $P(x, y)$ เป็นจริง
   เป็นเท็จ ก็ต่อเมื่อ มี x อย่างน้อยหนึ่งตัวใน U ที่ทำให้ $P(x, y)$ เป็นเท็จ สำหรับทุกค่า y ใน U
5. $\exists x \forall y[P(x, y)]$
   เป็นจริง ก็ต่อเมื่อ มี x อย่างน้อยหนึ่งตัวใน U ที่ทำให้ $P(x, y)$ เป็นจริง สำหรับทุกค่า y ใน U
   เป็นเท็จ ก็ต่อเมื่อ ไม่มี x ใน U ที่ทำให้ $P(x, y)$ เป็นจริงสำหรับทุกค่า y ใน U
6. $\exists x \exists y[P(x, y)]$
   เป็นจริง ก็ต่อเมื่อ มี (x, y) อย่างน้อยหนึ่งคู่ใน U ทำให้ $P(x, y)$ เป็นจริง
   เป็นเท็จ ก็ต่อเมื่อ (x, y) ทุกคู่ใน U ทำให้ $P(x, y)$ เป็นเท็จ

บทที่ 15 การแจกแจงความน่าจะเป็น

PAT 1

PAT 1

ตัวแปรสุ่ม

ความหมายของตัวแปรสุ่ม

ตัวแปรสุ่ม (Random Variable) หมายถึง ฟังก์ชันที่กำหนดโดยปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มไปยังเซตของจำนวนจริง โดยจะเรียกเรนจ์ของตัวแปรสุ่มนี้ว่า "ค่าของตัวแปรสุ่ม" โดยทั่วไปหากเรากล่าวถึง "ตัวแปรสุ่ม" เราจะละความเป็นฟังก์ชันไว้ และกล่าวถึงเพียงส่วนที่เป็น "ค่าของตัวแปรสุ่ม" เท่านั้น

เช่น กำหนดให้ X แทน จำนวนครั้งของการออกหัวในการโยนเหรียญ 1 เหรียญ 3 ครั้ง
ดังนั้น ตัวแปรสุ่ม $X = 0, 1, 2, 3$

ตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง	ตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง
ตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง (Discrete random variable) หมายถึง ตัวแปรสุ่มที่มีค่าต่างๆ ที่เป็นไปได้ที่สามารถนับจำนวนสมาชิกได้ หรือสามารถเขียนเรียงลำดับได้	ตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง (Continuous random variable) หมายถึง ตัวแปรสุ่มที่มีค่าต่างๆ ที่เป็นไปได้อยู่ในช่วงที่เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง
เช่น กำหนดให้ X แทน ผลบวกของแต้มจากการโยนลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง ดังนั้น ตัวแปรสุ่ม $X = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$	**เช่น** กำหนดให้ X แทน น้ำหนัก (กิโลกรัม) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ห้องหนึ่ง ดังนั้น อาจจะได้ตัวแปรสุ่ม X เป็นช่วง $[40,90]$

การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง

ค่าคาดหมาย

ค่าคาดหมาย (Expected Value) ของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง X เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $E(X)$ หรือ μ_x โดยที่ $\mu_x = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot P(X = x_i)$ ซึ่งในบางกรณีเราอาจเรียกค่าคาดหมายว่าเป็น "ค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่ม" ก็ได้

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง X เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ σ_x โดยที่

$$\sigma_x = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \mu_x\right)^2 \cdot P\left(X = x_i\right)}$$

และเรียก σ_x^2 ว่า "ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง X"

การแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง

การแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง (Discrete uniform distribution) หมายถึง การแจกแจงของตัวแปรสุ่มที่มีความน่าจะเป็นของแต่ละค่าของตัวแปรสุ่มเท่ากันทั้งหมด

ถ้ากำหนดให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่ประกอบ $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$

แล้วจะได้ว่า $P\left(X = x_i\right) = \frac{1}{n}$ สำหรับทุกๆ $i \in \{1, 2, 3, ..., n\}$

เช่น กำหนดให้ X แทน แต้มที่ได้จากการโยนลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง จะได้ว่า $X = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

เนื่องจาก $P\left(X = x_i\right)$ คือ ความน่าจะเป็นที่จะขึ้นแต้ม x_i จากการโยนลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง และจะสังเกตได้ว่า

$P\left(X = 1\right) = P\left(X = 2\right) = ... = P\left(X = 6\right) = \frac{1}{6}$

ดังนั้น การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X เป็นการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง

การแจกแจงทวินาม

การแจกแจงทวินาม (Binomial distribution) หมายถึง การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่มีลักษณะ ดังนี้

- เกิดจากการทดลองสุ่ม n ครั้ง โดยในการทดลองแต่ละครั้งเป็นอิสระต่อกัน หรือก็คือการทดลองในครั้งก่อนหน้าไม่ส่งผลต่อการทดลองในครั้งต่อๆ ไป
- ในการทดลองแต่ละครั้ง มีผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นได้เพียง 2 แบบ คือ สำเร็จหรือไม่สำเร็จ
- ความน่าจะเป็นที่จะทำการทดลองสุ่มในแต่ละครั้งสำเร็จมีค่าเท่ากัน กำหนดให้เป็น p

และความน่าจะเป็นที่จะทำการทดลองสุ่มในแต่ละครั้งไม่สำเร็จเท่ากับ q โดยที่ $p + q = 1$

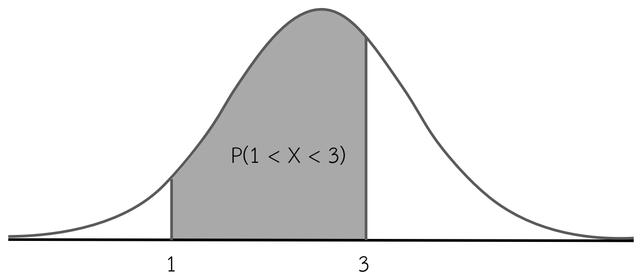
ถ้าการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X เป็นการแจกแจงทวินาม โดยที่ n แทนจำนวนครั้งของการทดลองสุ่ม และ p แทนความน่าจะเป็นที่จะทำการทดลองสุ่มสำเร็จ แล้วจะได้ว่า

1. $P\left(X = x\right) = \binom{n}{x} p^x \left(1 - p\right)^{n-x}$ สำหรับทุก $x \in \{0, 1, 2, ..., n\}$
2. $\mu_x = np$
3. $\sigma_x = \sqrt{np\left(1 - p\right)}$

การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง

เส้นโค้งความหนาแน่น

เส้นโค้งความหนาแน่น (Density curve) หมายถึง เส้นโค้งที่ใช้เขียนแสดงการแจกแจงความน่าจะเป็น โดยที่ความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่มีค่าอยู่ในช่วงใดช่วงหนึ่งจะมีค่าเท่ากับพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้งความหนาแน่นกับแกน X ในช่วงนั้น



และเนื่องจากเส้นโค้งความหนาแน่นเป็นกราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$ โดยที่ x แทนค่าของตัวแปรสุ่ม เราจะเรียกฟังก์ชันนี้ว่า “ฟังก์ชันความแน่นความน่าจะเป็น (Probability density function)” และมีคุณสมบัติว่า

- f เป็นฟังก์ชันที่ $f(x) \geq 0$ สำหรับทุก x ที่เป็นค่าของตัวแปรสุ่ม X
- พื้นที่ทั้งหมดใต้เส้นโค้งความหนาแน่นมีค่าเท่ากับ 1
- $P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx$

และเนื่องจาก $P(X = a)$ จะมีค่าเท่ากับ พื้นที่ใต้เส้นโค้งความหนาแน่นจาก a ถึง a หรือก็คือ $P(X = a) = \int_a^a f(x)dx$ แต่เนื่องจาก $\int_a^a f(x)dx = 0$ ดังนั้น $P(X = a) = 0$ ด้วยเหตุนี้เราจึงไม่พิจารณาความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มเพียงค่าใดค่าหนึ่งสำหรับตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง และจะทำให้ $P(a < X < b) = P(a \leq X < b) = P(a < X \leq b) = P(a \leq X \leq b)$

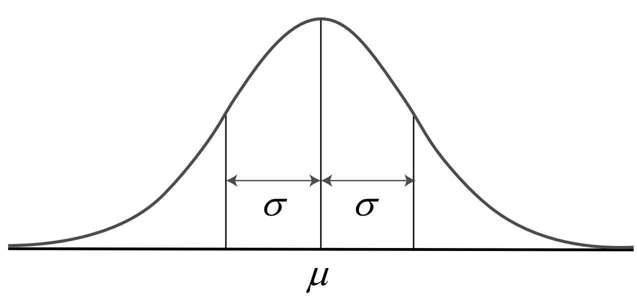
การแจกแจงปกติ

การแจกแจงปกติ (Normal distribution) หมายถึง การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น คือ

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

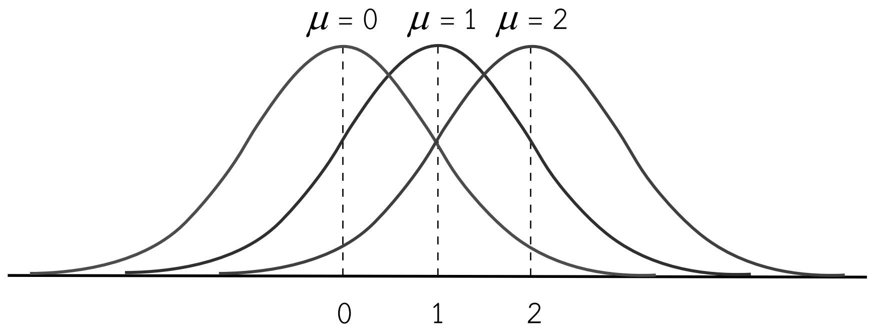
โดยที่ μ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิต และ σ แทนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

และเมื่อเขียนกราฟของฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นแล้วจะเรียกกราฟนั้นว่า “เส้นโค้งปกติ”

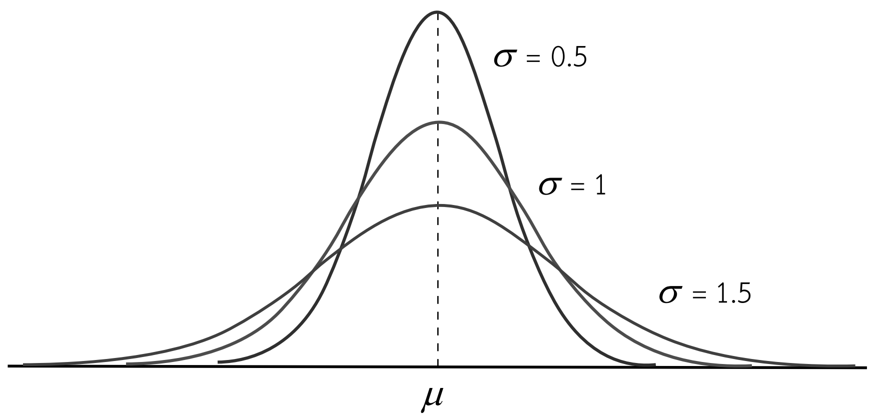


PAT 1

ถ้าเส้นโค้งปกติมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตต่างกัน แต่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากัน แล้วเส้นโค้งจะมีลักษณะเป็นดังนี้

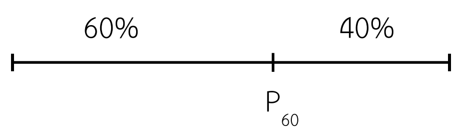


ถ้าเส้นโค้งปกติมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากัน แต่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานต่างกัน แล้วเส้นโค้งจะมีลักษณะเป็นดังนี้

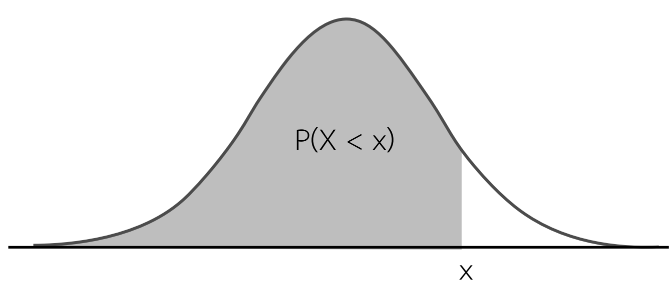


เปอร์เซ็นไทล์ของตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง

เนื่องจากเปอร์เซ็นไทล์ที่ i หรือเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ P_i หมายถึง ตำแหน่งของข้อมูลที่เมื่อแบ่งข้อมูลซึ่งเรียงจากน้อยไปมากออกเป็น 100 ส่วนเท่าๆ กัน แล้วจะเป็นค่าที่มีข้อมูลที่มีค่าน้อยกว่าค่านี้อยู่ประมาณร้อยละ i ของข้อมูลทั้งหมด เช่น P_{60} คือ ตำแหน่งของค่าที่มีข้อมูลที่มีค่าน้อยกว่าค่านี้อยู่ประมาณร้อยละ 60 ของข้อมูลทั้งหมด



และเนื่องจาก ถ้า x เป็นค่าของตัวแปรสุ่ม X แล้ว $P(X < x)$ หมายถึง พื้นที่ใต้เส้นโค้งความหนาแน่นในช่วง $(-\infty, x)$ ดังรูป



ซึ่งพื้นที่ทั้งหมดใต้เส้นโค้งความหนาแน่นมีค่าเท่ากับ 1 หรือก็คือ 100%

ดังนั้น x จะอยู่ในตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ $P(X < x) \cdot 100$

หรือก็คือ มีข้อมูลที่มีค่าน้อยกว่า x อยู่ประมาณ $P(X < x) \cdot 100\%$

PAT 1

ชุดที่ 2

1) ครอบครัวหนึ่งต้องการปรับปรุงพื้นของห้องอเนกประสงค์ด้วยการปูกระเบื้อง ถ้าห้องอเนกประสงค์นี้ มีด้านกว้างสั้นกว่าครึ่งหนึ่งของด้านยาวอยู่ 1 เมตร และมีเส้นทแยงมุมยาวกว่าด้านยาวอยู่ 1 เมตร
ถ้าผู้รับเหมาคิดค่าใช้จ่ายในการปูกระเบื้องตารางเมตรละ 180 บาท แล้วครอบครัวนี้จะต้องจ่ายเงินค่าปรับปรุงพื้นในครั้งนี้เป็นเงินกี่บาท

   1. 9,900 บาท 2. 10,800 บาท 3. 11,700 บาท 4. 12,600 บาท 5. 13,500 บาท

2) กำหนดเอกภพสัมพัทธ์คือ {-1, 0, 1} ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง
   1. $\forall x \forall y[x + y + 2 > 0]$ มีค่าความจริงเป็นจริง
   2. $\forall x \exists y[x + y \geq 0]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
   3. $\exists x \forall y[x + y = 1]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
   4. $\exists x \exists y[x + y > 1]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
   5. ถูกทุกข้อ

3) กำหนดให้ $\bar{u}, \bar{v}$ และ $\bar{w}$ เป็นเวกเตอร์ในปริภูมิสามมิติ โดยที่ $\bar{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}, \bar{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ และ $\bar{w} = \begin{bmatrix} 1 \\ k \\ 5 \end{bmatrix}$
โดยที่ k เป็นจำนวนจริง ถ้า c_1 และ c_2 เป็นจำนวนจริงที่ทำให้ $c_1\bar{u} + c_2\bar{v} = \bar{w}$ แล้ว $k + c_1c_2$ เท่ากับเท่าใด

   1. -13 2. -11 3. -9 4. -7 5. -5

4) ให้ $A = \{1, \{1\}\}$ และ $P(A)$ เป็นเพาเวอร์เซตของเซต A ข้อใดต่อไปนี้ผิด
   1. $n(P(A) - A) = 3$
   2. $\{\varnothing, A\} \notin P(A)$
   3. $n(P(P(A))) = 16$
   4. $\{\{1\}\} \in P(A) - A$
   5. ผิดทุกข้อ

5) กำหนดให้ x, y และ z เป็นจำนวนจริงบวกที่สอดคล้องกับระบบสมการ $xyz = 2, x + \frac{1}{z} = 32, y + \frac{1}{x} = 81$ และ $z + \frac{1}{y} = \frac{p}{q}$ เมื่อ p และ q เป็นจำนวนเต็มบวก โดยที่ ห.ร.ม. ของ p และ q เท่ากับ 1 แล้วค่าของ $2p + \frac{q}{2}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

   1. 3,053 2. 4,720 3. 4,951 4. 5,182 5. 6,012

6) ถ้าสมการ $\left(\frac{1}{4}\right)^{x} + \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + a = 0$ มีคำตอบเป็นจำนวนจริงบวก แล้วหนึ่งในค่าของ a ที่เป็นไปได้เท่ากับเท่าใด

1. -4　2. -1　3. 1　4. 4　5. 7

7) ฐาปกรณ์ต้องการที่จะฝากเงิน 500 บาท เข้าบัญชีธนาคารทุกต้นเดือนติดต่อกันเป็นเวลา 6 เดือนแรก ถ้าฐาปกรณ์เริ่มฝากเงินครั้งแรกในวันที่ 1 มกราคม 2564 โดยที่ธนาคารให้อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 12 ต่อปี และคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกเดือน แล้วในวันที่ 31 ธันวาคม 2564 ฐาปกรณ์จะมีเงินในบัญชีรวมทั้งหมดกี่บาท โดยที่ไม่มีการถอนเงินในระหว่างนี้

1. $\dfrac{500\left(\left(1.12\right)^{13}-1.12\right)}{1.12-1}$　2. $\dfrac{500\left(\left(1.12\right)^{13}-\left(1.12\right)^{7}\right)}{1.12-1}$

3. $\dfrac{500\left(\left(1.01\right)^{7}-1.01\right)}{1.01-1}$　4. $\dfrac{500\left(\left(1.01\right)^{13}-1.01\right)}{1.01-1}$

5. $\dfrac{500\left(\left(1.01\right)^{13}-\left(1.01\right)^{7}\right)}{1.01-1}$

8) ในการวางแผนโปรแกรมการออกกำลังกายรูปแบบใหม่ที่เรียกว่า Run-Jog-Walk Routine หรือก็คือ การออกกำลังกายแบบผสมผสาน โดยเริ่มจากการวิ่ง และต่อด้วยการวิ่งเหยาะๆ และจบด้วยการเดิน ถ้าในแต่ละรูปของการออกกำลังกายมีปริมาณการเผาผลาญพลังงานในหน่วยแคลอรีต่อนาทีดังนี้

การวิ่ง : 13 cal/นาที

การวิ่งเหยาะๆ : 8 cal/นาที

การเดิน : 5 cal/นาที

ถ้าสมศรีต้องการวางแผนโปรแกรม Run-Jog-Walk Routine นี้โดยใช้เวลารวม 40 นาที โดยมีการเผาผลาญพลังงานไปได้ทั้งหมด 340 แคลอรี และถ้าสมศรีต้องการจะใช้เวลาที่ใช้ในการวิ่งเหยาะๆ เป็นสองเท่าของเวลาที่ใช้ในการวิ่ง แล้วข้อใดเป็นเมทริกซ์แต่งเติมที่ใช้ในการวางแผนการออกกำลังกายของสมศรีในครั้งนี้

1. $\left[\begin{array}{ccc|c} 5 & 8 & 13 & 340 \\ 1 & 1 & 1 & 40 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{array}\right]$　2. $\left[\begin{array}{ccc|c} 5 & 8 & 13 & 340 \\ 1 & 1 & 1 & 40 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \end{array}\right]$

3. $\left[\begin{array}{ccc|c} 13 & 8 & 5 & 340 \\ 1 & 1 & 1 & 40 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right]$　4. $\left[\begin{array}{ccc|c} 13 & 8 & 5 & 340 \\ 1 & 1 & 1 & 40 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \end{array}\right]$

5. $\left[\begin{array}{ccc|c} 13 & 8 & 5 & 340 \\ 1 & 1 & 1 & 40 \\ 1 & 2 & 1 & 4 \end{array}\right]$

9) กำหนดให้ R แทนเซตของจำนวนจริงถ้า $f : R \to R$ และ $g : R \to R$ เป็นฟังก์ชันโดยที่ $f(x) = 3x^{\frac{2}{3}}$, $g(5) = 8$ และ $g'(5) = \frac{2}{3}$ ค่าของ $(fog)'(5)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1　2. $\frac{2}{3}$　3. 3　4. $\frac{4}{3}$　5. 3

10) กำหนดให้ x เป็นจำนวนจริง ถ้า $\arcsin x = \frac{\pi}{4}$ แล้วค่าของ $\sin\left(\frac{\pi}{15} + \arccos\left(x^2\right)\right)$ อยู่ใช่วงใด

1. $(0, 1)$ 2. $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ 3. $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 4. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right)$ 5. $(-1, 0)$

11) จงหาค่าของ $\dfrac{\sum_{n=1}^{44} \cos n^\circ}{\sum_{n=1}^{44} \sin n^\circ} - \dfrac{\sum_{n=1}^{44} \sin n^\circ}{\sum_{n=1}^{44} \cos n^\circ}$

1. 0 2. 2 3. 3 4. 81 5. 100

12) ให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม โดยที่ $\sin A = \frac{3}{5}$ และ $\cos B = \frac{5}{13}$ ค่าของ $\cos C$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{16}{65}$ 2. $\frac{23}{65}$ 3. $\frac{48}{65}$ 4. $\frac{52}{65}$ 5. $-\frac{33}{65}$

13) กำหนดให้ n เป็นจำนวนเต็มบวก เซตของจำนวนจริง x ทั้งหมดที่ทำให้

$$1+\left(\log_4 x^2-3\right)+\left(\log_4 x^2-3\right)^2+\ldots+\left(\log_4 x^2-3\right)^{n-1}+\ldots$$

เป็นอนุกรมลู่เข้า (Convergent Series) ตรงกับข้อใด

1. $(4, \infty)$
2. $(-\infty, 16)$
3. $(-16, -4)$
4. $(-16, -4) \cup (4, 16)$
5. $(-4, -2) \cup (2, 4)$

14) กำหนดให้วงรีรูปหนึ่งมีสมการเป็น $25x^2 + 21y^2 + 100x - 42y - 404 = 0$ แล้วไฮเพอร์โบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดโฟกัสทั้งสองของวงรีและผ่านจุด $\left(-3, 1+\sqrt{8}\right)$ มีสมการตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1. $y^2 - 7x^2 - 2y - 28x - 28 = 0$
2. $y^2 - 4x^2 - 2y - 16x - 19 = 0$
3. $3y^2 - 2x^2 - 6\sqrt{8}y - 8x + 15 = 0$
4. $5y^2 - 4x^2 - 10\sqrt{8}y - 32x - 25 = 0$
5. $3y^2 - 2x^2 - 3\sqrt{8}y - 5x + 15 = 0$

15) เสาไฟฟ้า 2 ต้น ซึ่งสูงจากพื้นดิน 130 ฟุตเท่ากัน อยู่ห่างกัน 800 ฟุต สายไฟที่ซึ่งอยู่ระหว่างเสาทั้งสองต้นนี้มีลักษณะเป็นโค้งพาราโบลา โดยที่จุดต่ำสุดของสายไฟสูงจากพื้นดิน 50 ฟุต
จงหาว่า ณ ตำแหน่งที่อยู่ห่างจากเสา 200 ฟุต สายไฟสูงจากพื้นดินเป็นระยะทางเท่าใด

1. 60 ฟุต 2. 65 ฟุต 3. 70 ฟุต 4. 75 ฟุต 5. 80 ฟุต

43) คณะกรรมการชุดหนึ่งมี 7 คน ประกอบด้วยประธาน รองประธาน เลขานุการ และกรรมการอีก 4 คน จำนวนวิธีที่จัดกลุ่มคน 7 คนนี้นั่งประชุมรอบโต๊ะกลม โดยให้ประธานและรองประธานนั่งติดกันเสมอ แต่เลขานุการไม่นั่งติดกับรองประธานเท่ากับเท่าใด

44) ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้อง ม.4/1 มีนักเรียนทั้งหมด 30 คน นักเรียนสอบได้คะแนน 10-39 คะแนน มี 17 คน คะแนน 40-49 คะแนน มี 10 คน และคะแนน 50-59 คะแนน มี 3 คน จากข้อมูลข้างต้น สมมติว่าคะแนนมีการแจกแจงปกติ มีสัมประสิทธิ์การแปรผันเป็น $\frac{1}{3}$ ถ้าคะแนนสูงสุดของเกรด B มีคะแนนมาตรฐานเป็น 1.5 แล้วคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนห้องนี้เท่ากับกี่คะแนน

45) กำหนดให้ $\mathbb{C}$ แทนเซตของจำนวนเชิงซ้อน และ $\mathbb{R}$ แทนเซตของจำนวนจริง ถ้า $A=\left\{z\in\mathbb{C} \middle| (3+4i)z\in\mathbb{R}\right\}$ และ $B=\left\{|z+2-6i| \,\middle|\, z\in A\right\}$ แล้วค่าน้อยที่สุดของสมาชิกในเซต B เท่ากับเท่าใด

เฉลย PAT 1 ชุดที่ 2

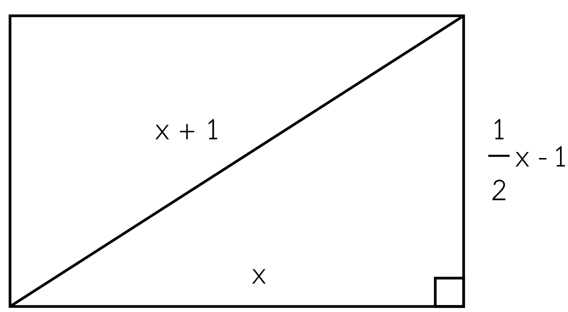
1) เฉลย 2.

กำหนดให้ x แทน ความยาวด้านยาวของห้องอเนกประสงค์

จะได้ว่า $\frac{1}{2}x-1$ แทน ความยาวของด้านกว้าง

และ $x+1$ แทน ความยาวของเส้นทแยงมุม

ซึ่งสามารถเขียนเป็นรูปภาพได้ดังนี้



จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า $(x+1)^2 = x^2+\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2$

$$x^2+2x+1 = x^2+\frac{1}{4}x^2-x+1$$

$$\frac{1}{4}x^2-3x=0$$

$$x^2-12x=0$$

$$x(x-12)=0$$

ดังนั้น $x=0,12$

แต่เนื่องจาก x แทนความยาว จึงทำให้ $x>0$ เพราะฉะนั้น $x=12$

ดังนั้น ด้านยาว = 12 เมตร, ด้านกว้าง = 5 เมตร และเส้นทแยงมุม = 13 เมตร

เพราะฉะนั้น พื้นที่ = กว้าง $\times$ ยาว

$= 5\times 12$

$= 60$ ตารางเมตร

และเนื่องจากค่าใช้จ่ายตารางเมตรละ 180 บาท

ดังนั้น ค่าใช้จ่ายทั้งหมด $= 180\times 60 = 10{,}800$ บาท

2) เฉลย 3.

พิจารณา 1. ผิด เพราะ เช่น $x = -1$ และ $y = -1$ จะได้ $x+y+2 = (-1)+(-1)+2 = 0$ ซึ่ง $x+y+2 \not> 0$
ดังนั้น $\forall x \forall y\left[x+y+2 > 0\right]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

พิจารณา 2. ผิด เพราะ จาก $x+y \geq 0$ นั้นคือ $\begin{cases} x=-1 & ;y=-1 \\ x=0 & ;y=0,1 \\ x=1 & ;y=-1,0,1 \end{cases}$

จะได้ $x \geq y$ จะเห็นว่าทุกค่า x จะมีค่า y อย่างน้อย 1 ค่าที่ทำให้ $x+y \geq 0$ ดังนั้น $\forall x \exists y\left[x+y \geq 0\right]$
มีค่าความจริงเป็นจริง

พิจารณา 3. ถูก เพราะ จาก $x+y = 1$ นั้นคือ $\begin{cases} y=-1 & ;x=2 \\ y=0 & ;x=1 \\ y=1 & ;x=0 \end{cases}$
ซึ่ง $x = 2$ ไม่อยู่ในเอกภพสัมพัทธ์

ดังนั้น ไม่มี x ที่ทำให้ทุก y ทำให้ $x+y = 1$ ดังนั้น $\exists x \forall y\left[x+y = 1\right]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
พิจารณา 4. ผิด เพราะ เช่น $x = 1$ และ $y = 1$, $x+y = 1+1 = 2 > 1$ เป็นจริง ดังนั้น $\exists x \exists y\left[x+y > 1\right]$
มีค่าความจริงเป็นจริง

3) เฉลย 2.

เนื่องจาก $c_1\bar{u}+c_2\bar{v}=\bar{w}$

$$c_1\begin{bmatrix}1\\-3\\2\end{bmatrix}+c_2\begin{bmatrix}2\\-1\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\k\\5\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}c_1\\-3c_1\\2c_1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2c_2\\-c_2\\c_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\k\\5\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}c_1+2c_2\\-3c_1-c_2\\2c_1+c_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\k\\5\end{bmatrix}$$

จะได้ว่า

$c_1+2c_2=1$ ---------- ①

$-3c_1-c_2=k$ ---------- ②

$2c_1+c_2=5$ ---------- ③

จาก ① จะได้ว่า $c_1=1-2c_2$

แทนค่า $c_1 = 1 - 2c_2$ ใน ③ จะได้ว่า $2(1-2c_2) + c_2 = 5$

$$2 - 4c_2 + c_2 = 5$$

$$2 - 3c_2 = 5$$

$c_2 = -1$ และจะได้ว่า $c_1 = 3$

แทนค่า $c_1 = 3$ และ $c_2 = -1$ ใน ② จะได้ว่า $k = -8$

เพราะฉะนั้น $k + c_1c_2 = (-8) + (3)(-1) = -11$

4) เฉลย 2.

จากโจทย์ $A = \{1, \{1\}\}$ จะได้ $P(A) = \{\varnothing, \{1\}, \{\{1\}\}, \{1, \{1\}\}\}$

พิจารณา 1. ถูก เพราะ $n(P(A) - A) = 3$

พิจารณา 2. ผิด เพราะ $\{\varnothing, A\} = \{\varnothing, \{1, \{1\}\}\}$

ซึ่ง $\varnothing \in P(A)$ และ $A \in P(A)$

พิจารณา 3. ถูก เพราะ $n(P(P(A))) = 2^{2^2} = 2^4 = 16$

พิจารณา 4. ถูก เพราะ $P(A) - A = \{\varnothing, \{1\}, \{\{1\}\}\}$ จะเห็นว่า $\{\{1\}\} \in P(A) - A$

จำนวน $n(P(A)) = 2^x$ โดยที่ x คือ จำนวนสมาชิกของเซต A และ $n(P(A) - A) = 2^x - 1$

5) เฉลย 1.

$z = \dfrac{2}{xy}$ ....①

$x + \dfrac{1}{z} = 32$ ....②

แทนค่า ① ใน ② ; $x + \dfrac{1}{\frac{2}{xy}} = 32$

$$x + \frac{xy}{2} = 32$$

นำ 2 คูณตลอด; $2x + xy = 64$ ....③

$y + \dfrac{1}{x} = 81$ ....④

นำ x คูณตลอด ใน ④; $xy + 1 = 81x$

$81x - xy = 1$ ....⑤

③ + ⑤ ; $83x = 65; x = \dfrac{65}{83}$

แทน x ใน ④ ; $y + \dfrac{1}{\frac{65}{83}} = 81; y = \dfrac{5{,}182}{65}$

แทนค่า x ใน ② ; $\dfrac{65}{83} + \dfrac{1}{z} = 32; z = \dfrac{83}{2{,}591}$

ซึ่ง $z+\frac{1}{y}=\frac{p}{q}$ นั่นคือ $\frac{83}{2,591}+\frac{1}{\frac{5,182}{65}}=\frac{83}{2,591}+\frac{65}{5,182}=\frac{231}{5,182}$

โดยที่ p = 231 และ q = 5,182 ซึ่ง ห.ร.ม. ของ p และ q เท่ากับ 1 ดังนั้น $2p+\frac{q}{2}=2(231)+\frac{5,182}{2}=3,053$

6) เฉลย 2.

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{x}+\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}+a=0$$

$$\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\right)^{x}+\left(\frac{1}{2}\right)^{x}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}+a=0$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}+\left(\frac{1}{2}\right)^{x}\cdot 2+a=0$$

ให้ $B=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}$ จะได้ $B^2+2B+a=0$

จากโจทย์สมการนี้มีคำตอบเป็นจำนวนจริง นั่นคือ $b^2-4ac \geq 0$

นั่นคือ $(2)^2-4(a)(1) \geq 0$

$4-4a \geq 0$

$4 \geq 4a$

$1 \geq a$

จาก $B=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}, x>0$

เนื่องจากโจทย์บอกว่าคำตอบเป็นจำนวนจริงบวก

$0<B<1$ ....①

$0<B^2<1$ ....②

① × 2 ; $0<2B<2$ ....③

② + ③ ; $0<B^2+2B<3$

จากข้างต้น $B^2+2B+a=0$

$B^2+2B=-a$

จะได้ว่า $0<-a<3 \therefore -3<a<0$

ดังนั้น ค่า a ที่เป็นไปได้อยู่ในช่วง (-3, 0) เพราะฉะนั้น -1 จึงเป็นหนึ่งในค่าของ a ที่เป็นไปได้

PAT 1 | ชุดที่ 2

7) เฉลย 5.

ส่วนที่ 1 : การฝากเงินติดต่อกันเป็นเวลา 6 เดือนแรก (จะต้องใช้วิธีการคิดแบบเงินรวมของค่างวด)

เนื่องจากค่างวดในแต่ละงวด (ที่ได้รับดอกเบี้ยแล้ว n ครั้ง) $= R(1+r)^n$

โดยที่ R แทนเงินที่ฝากในแต่ละงวด จะได้ว่า $R = 500$

และ r แทนอัตราดอกเบี้ยต่องวด จะได้ว่า $r = \frac{12\%}{12} = 1\% = 0.01$

จะได้ว่า ใน 6 เดือนแรก (ฝากเงินทุกต้นเดือน)

ค่างวดในงวดที่ 1 (ได้รับดอกเบี้ยแล้ว 6 ครั้ง) $= 500(1+0.01)^6 = 500(1.01)^6$

ค่างวดในงวดที่ 2 (ได้รับดอกเบี้ยแล้ว 5 ครั้ง) $= 500(1+0.01)^5 = 500(1.01)^5$

ค่างวดในงวดที่ 3 (ได้รับดอกเบี้ยแล้ว 4 ครั้ง) $= 500(1+0.01)^4 = 500(1.01)^4$

⋮ ⋮ ⋮

ค่างวดในงวดที่ 6 (ได้รับดอกเบี้ยแล้ว 1 ครั้ง) $= 500(1+0.01) = 500(1.01)$

ดังนั้น เงินรวมของค่างวดเมื่อสิ้นงวดที่ 6 คือ $500(1.01)+500(1.01)^2+500(1.01)^3+...+500(1.01)^6$

(ซึ่งเป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มี 6 พจน์ โดยที่ $a_1 = 500(1.01)$ และ $r = 1.01$)

$$= \frac{500(1.01)\left(1-(1.01)^6\right)}{1-1.01}$$

$$= \frac{500(1.01)\left((1.01)^6-1\right)}{1.01-1}$$

$$= \frac{500\left((1.01)^7-1.01\right)}{1.01-1}$$

ส่วนที่ 2 : การคิดดอกเบี้ยทบต้นต่อใน 6 เดือนหลัง

เนื่องจากไม่ได้มีการฝาก–ถอนในช่วง 6 เดือนหลัง

จะได้ว่า $R =$ เงินต้น = เงินรวมในช่วง 6 เดือนแรก $= \frac{500\left((1.01)^7-1.01\right)}{1.01-1}$

ดังนั้น ดอกเบี้ยทบต้นในช่วง 6 เดือนหลัง (เงินรวมเมื่อครบ 1 ปี)

$$= \left(\frac{500\left((1.01)^7-1.01\right)}{1.01-1}\right)(1+0.01)^6$$

$$= \left(\frac{500\left((1.01)^7-1.01\right)}{1.01-1}\right)(1.01)^6$$

$$= \frac{500\left((1.01)^7-1.01\right)(1.01)^6}{1.01-1}$$

$$= \frac{500\left((1.01)^{13}-(1.01)^7\right)}{1.01-1}$$

8) เฉลย 4.

กำหนดให้ x แทนระยะเวลาที่ใช้ในการวิ่ง (นาที)

y แทนระยะเวลาที่ใช้ในการวิ่งเหยาะๆ (นาที)

และ z แทนระยะเวลาที่ใช้ในการเดิน (นาที)

เนื่องจาก สมศรีต้องการวางแผนโปรแกรม โดยมีการเผาผลาญพลังงานไปได้ทั้งหมด 340 แคลอรี

จะเขียนได้เป็นสมการว่า $13x + 8y + 5z = 340$ ---------- ①

เนื่องจาก สมศรีต้องการวางแผนโปรแกรมนี้ โดยใช้เวลารวม 40 นาที

จะเขียนได้เป็นสมการว่า $x + y + z = 40$ ---------- ②

เนื่องจาก สมศรีต้องการจะใช้เวลาที่ใช้ในการวิ่งเหยาะๆ เป็นสองเท่าของเวลาที่ใช้ในการวิ่ง

จะเขียนได้เป็นสมการว่า $y = 2x$

หรือจัดรูปใหม่ได้ว่า $2x - y = 0$ ---------- ③

จาก ①, ② และ ③ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ $Ax = B$ ได้ว่า $\begin{bmatrix} 13 & 8 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 340 \\ 40 \\ 0 \end{bmatrix}$

ดังนั้น จึงสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์แต่งเติม $[A|B]$ ได้ว่า $\left[\begin{array}{ccc|c} 13 & 8 & 5 & 340 \\ 1 & 1 & 1 & 40 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \end{array}\right]$

9) เฉลย 2.

จากโจทย์ $f(x) = 3x^{\frac{2}{3}} \rightarrow f'(x) = 2x^{\frac{-1}{3}}$ โจทย์ต้องการหาค่าของ $(fog)'(5)$

$$(fog)'(5) = \big(f(g(5))\big)'$$

$$= f'(g(5))\cdot g'(5)$$

$$= f'(8)\cdot\frac{2}{3}$$

โดยที่ $f'(8) = 2(8)^{\frac{-1}{3}} = 2(2^3)^{\frac{-1}{3}} = 2(2^{-1}) = \frac{2}{2} = 1$ จะได้ว่า $(fog)'(5) = 1\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3}$

10) เฉลย 4.

จากโจทย์ $\arcsin x = \frac{\pi}{4}$ จะได้ $x = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

นั่นคือ $\sin\left(\frac{\pi}{15} + \arccos\left(x^2\right)\right) = \sin\left(\frac{\pi}{15} + \arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\right)$

$$= \sin\left(\frac{\pi}{15} + \arccos\left(\frac{1}{2}\right)\right)$$

$$= \sin\left(\frac{\pi}{15} + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$= \sin\left(\frac{6\pi}{15}\right)$$