

✈️ ตะลุยโจทย์

คณิต

เตรียมอุดมฯ

สอบเข้า

ม.4

แนวข้อสอบ **300** ข้อ
พร้อมเฉลยละเอียดทุกข้อ

สำหรับ

นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น
ใช้เตรียมตัวสอบเข้าโรงเรียนเตรียมอุดมฯ



โดย ไตร อัญญาโพธิ์

สารบัญ

แนวข้อสอบคณิตศาสตร์เข้าโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา

แนวข้อสอบคณิตศาสตร์เข้าโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา ชุดที่ 1	5
แนวข้อสอบคณิตศาสตร์เข้าโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา ชุดที่ 2	17
แนวข้อสอบคณิตศาสตร์เข้าโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา ชุดที่ 3	29
แนวข้อสอบคณิตศาสตร์เข้าโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา ชุดที่ 4	41
แนวข้อสอบคณิตศาสตร์เข้าโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา ชุดที่ 5	53
แนวข้อสอบคณิตศาสตร์เข้าโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา ชุดที่ 6	65

เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์เข้าโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา

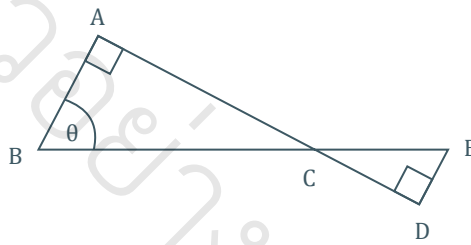
เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์เข้าโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา ชุดที่ 1	77
เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์เข้าโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา ชุดที่ 2	105
เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์เข้าโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา ชุดที่ 3	135
เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์เข้าโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา ชุดที่ 4	165
เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์เข้าโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา ชุดที่ 5	197
เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์เข้าโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา ชุดที่ 6	229

แนวข้อสอบคณิตศาสตร์ เข้าโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา ชุดที่ 1

1. จำนวนเต็มชุดหนึ่ง เรียงจากน้อยไปมาก ได้ดังนี้ a, b, c, d, e, f, g ค่าเฉลี่ยของสามจำนวน เรียงกันมีค่าเป็น 6, 9, 11, 13, 14 ตามลำดับ แล้วพิสัยของจำนวนเต็มชุดนี้มีค่าเท่าใด

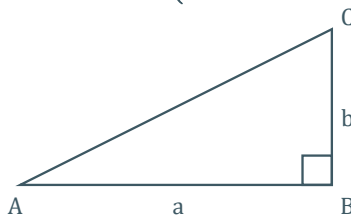
- ก. 10 ข. 11
- ค. 12 ง. 13

2. จากรูป กำหนด $\overline{AD} = a$ หน่วย และ $\overline{DE} = b$ หน่วย แล้ว \overline{AB} ยาวเท่าใด



- ก. $\frac{a}{\tan \theta} - b$ หน่วย ข. $\frac{b}{\tan \theta} - a$ หน่วย
- ค. $\frac{a}{\tan \theta}$ หน่วย ง. $\frac{b}{\tan \theta}$ หน่วย

3. จากรูป ถ้ามุมสามเหลี่ยม ABC รอบแกน \overline{AB} จะได้ทรงกรวยที่มีปริมาตร 8,800 ลูกบาศก์ เซนติเมตร ถ้ามุมรอบแกน \overline{BC} จะได้ทรงกรวยที่มีปริมาตร 9,240 ลูกบาศก์เซนติเมตร สามเหลี่ยม ABC มีความยาวรอบรูปเท่าใด (กำหนดให้ $\pi = \frac{22}{7}$)



- ก. 70 เซนติเมตร ข. 80 เซนติเมตร
- ค. 90 เซนติเมตร ง. 100 เซนติเมตร

11. รถของเล่น 2 คันอยู่ห่างกัน 40 เมตร กำลังวิ่งเข้าหากันด้วยอัตราเร็ว 4 เมตร/วินาที กับ 6 เมตร/วินาที ตามลำดับ หากพบว่า มีแมลงวันบินไปมาระหว่างรถทั้งสองด้วยอัตราเร็ว 8 เมตร/วินาที โดยเริ่มเคลื่อนที่จากรถคันแรกเมื่อถึงรถอีกคันก็กลับตัวทันทีโดยไม่เสียเวลา ทำแบบนี้ต่อไปเรื่อยๆ อยากทราบว่า แมลงวันตัวนี้จะบินได้ระยะทางเท่าใด ก่อนที่รถทั้งคู่จะชนกัน
- ก. 16 เมตร
ข. 32 เมตร
ค. 53 เมตร
ง. 80 เมตร
12. A, B และ C แข่งวิ่งระยะทาง 100 เมตร ถ้า A เริ่มที่จุดตั้งต้น B อยู่ข้างหน้า A 20 เมตร และ C อยู่ข้างหน้า B 20 เมตร แล้วทั้งสามคนถึงเส้นชัยพร้อมกันหมด ถ้าให้ B เริ่มที่จุดตั้งต้น และต้องการให้ B และ C ถึงเส้นชัยพร้อมกัน C ต้องเริ่มข้างหน้า B กี่เมตร
- ก. 10 เมตร
ข. 15 เมตร
ค. 20 เมตร
ง. 25 เมตร
13. เทน้ำ 72 ลูกบาศก์หน่วย ใส่แก้วทรงกรวยความจุ 243 ลูกบาศก์หน่วย ที่มีจุดยอดกรวยเป็นก้นแก้ว ถ้าระดับน้ำสูงจากก้นแก้ว 6 หน่วย แล้วแก้วใบนี้สูงเท่าใด
- ก. 9 หน่วย
ข. 10 หน่วย
ค. 11 หน่วย
ง. 12 หน่วย
14. ข้อใดมีค่ามากที่สุด
- ก. $\sqrt{\cos 62^\circ}$
ข. $\sqrt{\cos 58^\circ}$
ค. $\cos 62^\circ$
ง. $\cos 58^\circ$
15. จงหาค่าของ $\sqrt{2011 \cdot 2014 \cdot 2017 \cdot 2020 + 81} - 2014^2$
- ก. 6006
ข. 6013
ค. 6026
ง. 6033

แนวข้อสอบคณิตศาสตร์เข้าโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา ชุดที่ 3

16. ผลบวกของระยะทางที่ยาวที่สุดและสั้นที่สุดจากจุด $(10, 7)$ ไปยังกราฟ ซึ่งมีสมการ

$$5x^2 + 5y^2 - 20x - 10y - 100 = 0 \text{ มีค่าตรงกับข้อใด}$$

ก. 20

ข. 21

ค. 24

ง. 27

17. ให้ x, y และ z เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าเรียงติดกันจากน้อยไปมาก ถ้า y เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุดที่ทำให้ $\sqrt[3]{x+y+z}$ เป็นจำนวนเต็มบวก แล้ว y มีค่าเท่าใด

ก. 12

ข. 9

ค. 6

ง. 3

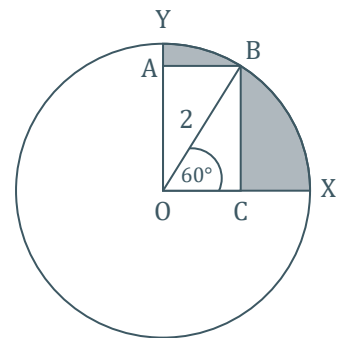
18. จากรูป กำหนดให้รัศมีของวงกลมเท่ากับ 2 หน่วย และ $OABC$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า พื้นที่ส่วนที่แรเงาเป็นเท่าใด

ก. $\pi - \sqrt{3}$ ตารางหน่วย

ข. $\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ตารางหน่วย

ค. $\pi - \frac{\sqrt{3}}{4}$ ตารางหน่วย

ง. $\pi - \frac{3\sqrt{3}}{2}$ ตารางหน่วย



19. ถ้า $x^2 - 10x - 1 = 0$ แล้ว $x^3 - \frac{1}{x^3}$ มีค่าตรงกับข้อใด

ก. 990

ข. 1,030

ค. 1,060

ง. 1,090

20. ถ้า $-2 \leq x \leq 2$ และ $8 \leq y \leq 13$ แล้วค่ามากที่สุดของ $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^x + 1}{y + 2}$ ตรงกับข้อใด

ก. 1

ข. $\frac{1}{2}$

ค. $\frac{1}{3}$

ง. 4

21. ถ้า $\frac{5x^2 + 9x - 32}{(x-1)(x+2)(x-3)} = \frac{A}{x-1} - \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x-3}$ แล้ว $AB + AC + BC$ มีค่าตรงกับข้อใด

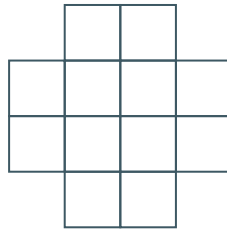
ก. 26

ข. 28

ค. 30

ง. 32

22. จากรูปที่กำหนดให้ จงหาว่ามีรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากขนาดต่างๆ ซ้อนกันทั้งหมดกี่รูป



ก. 36 รูป

ข. 45 รูป

ค. 51 รูป

ง. 54 รูป

23. ถ้า $6^{x-y} = 36$ และ $5^{x+2y} = 125$ แล้วค่าของ x เท่ากับข้อใด

ก. $\frac{1}{3}$

ข. 3

ค. $\frac{7}{3}$

ง. $\frac{3}{7}$

24. ข้อใดต่อไปนี้เรียงลำดับได้ถูกต้อง

ก. $2^4 < 2^3 < 4^2 < 4^3$

ข. $2^4 < 4^2 < 4^3 < 2^3$

ค. $4^2 < 4^3 < 2^4 < 2^3$

ง. $4^2 < 2^4 < 4^3 < 2^3$

25. กำหนดให้ $2^x = 15$ และ $225^y = 120$ แล้ว ค่าของ $2xy - x$ เท่ากับข้อใด

ก. 1

ข. 3

ค. 5

ง. 8

26. $(x+2)(x+3)(x-4)(x-6) - 10x^2$ แยกตัวประกอบได้ตรงกับข้อใด

ก. $(x+4)(x-3)(x^2 - 6x - 12)$

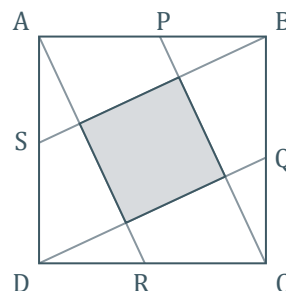
ข. $(x+4)(x-3)(x^2 + 6x - 12)$

ค. $(x+4)(x+3)(x^2 - 6x + 12)$

ง. $(x+4)(x-3)(x^2 - 6x + 12)$

แนวข้อสอบคณิตศาสตร์เข้าโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา ชุดที่ 5

35. ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ยาวด้านละ 10 หน่วย มีจุด P, Q, R, S เป็นจุดแบ่งครึ่งด้าน พื้นที่ที่แรเงาตรงกับข้อใด



- ก. 15 ตารางหน่วย
- ข. 20 ตารางหน่วย
- ค. 25 ตารางหน่วย
- ง. 30 ตารางหน่วย

36. จงหาผลสำเร็จของ $\frac{w(w-2)(w+3)(w-5)+56}{w^2-2w-7}$

- ก. $(w+2)(w+4)$
- ข. $(w+2)(w-4)$
- ค. $(w-2)(w+4)$
- ง. $(w-2)(w-4)$

37. ค่าของ $\sqrt{2548 \times 2546 \times 2544 \times 2542 + 16}$ ตรงกับข้อใด

- ก. 6,477,020
- ข. 6,487,030
- ค. 6,488,040
- ง. 6,497,050

38. ค่าของ $\frac{1}{\sqrt{2,011} + \sqrt{2,011^2 - 1}}$ ตรงกับข้อใด

- ก. $\sqrt{1,004} - \sqrt{1,005}$
- ข. $\sqrt{1,006} - \sqrt{1,005}$
- ค. $\sqrt{1,004} + \sqrt{1,005}$
- ง. $\sqrt{1,006} + \sqrt{1,005}$

39. $\frac{(y^2 - y + 1)(y + 1)^3 - (y^3 + 1)(y - 1)^2}{4y^3 + 4}$ สามารถแยกตัวประกอบได้ตรงกับข้อใด

- ก. 0
- ข. y
- ค. 2y
- ง. 3y

40. ถ้า $(x - 2y)^2 + (y - 2z)^2 = 0$ แล้ว $\frac{x+y}{y+z}$ เท่ากับเท่าใด

- ก. 2
- ข. 4
- ค. 6
- ง. 8

เฉลยแนวข้อสอบ 1

คณิตศาสตร์เข้าโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา ชุดที่

1. ตอบข้อ ค. 12

ชุดข้อมูลเรียงจากน้อยไปมาก คือ a, b, c, d, e, f, g จะได้ ค่าพิสัย = $g - a$

มีค่าเฉลี่ย 3 จำนวนเรียงกัน คือ 6, 9, 11, 13, 14

$$\text{จะได้} \quad \frac{a+b+c}{3} = 6 \quad \rightarrow \quad a+b+c = 18 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\frac{b+c+d}{3} = 9 \quad \rightarrow \quad b+c+d = 27 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\frac{d+e+f}{3} = 13 \quad \rightarrow \quad d+e+f = 39 \quad \dots \textcircled{3}$$

$$\frac{e+f+g}{3} = 14 \quad \rightarrow \quad e+f+g = 42 \quad \dots \textcircled{4}$$

กำจัดตัวแปรอื่นๆ

$$\textcircled{2} - \textcircled{1}; \quad b+c+d-a-b-c = 27-18 \\ d-a = 9 \quad \dots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{4} - \textcircled{3}; \quad e+f+g-d-e-f = 42-39 \\ g-d = 3 \quad \dots \textcircled{6}$$

$$\textcircled{6} + \textcircled{5}; \quad g-d+d-a = 3+9 \\ g-a = 12$$

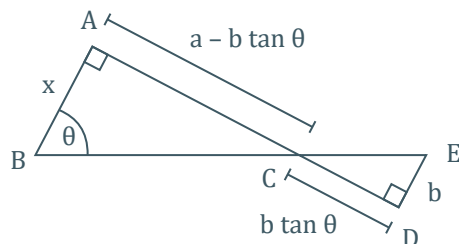
ดังนั้น พิสัยของข้อมูลชุดนี้มีค่าเป็น 12

#

2. ตอบข้อ ก. $\frac{a}{\tan \theta} - b$ หน่วย

จาก $\overline{AD} = a$ หน่วย และ $\overline{DE} = b$ หน่วย

$$\text{หา } \overline{CE} \text{ จะได้} \quad \tan \theta = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}} = \frac{b}{\overline{CE}} \\ \overline{CE} = b \tan \theta$$



เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์เข้าโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา ชุดที่ 1

$\triangle ABC$ คล้ายกับ $\triangle DEC$

จะได้

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{CE}}$$

ให้ x แทน \overline{AB}

$$\frac{x}{b} = \frac{a - b \tan \theta}{b \tan \theta}$$

$$x = \frac{b(a - b \tan \theta)}{b \tan \theta}$$

$$x = \frac{a - b \tan \theta}{\tan \theta}$$

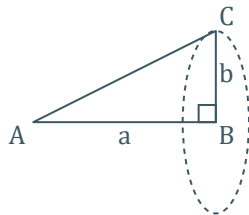
$$x = \frac{a}{\tan \theta} - b$$

ดังนั้น \overline{AB} ยาว $\frac{a}{\tan \theta} - b$ หน่วย

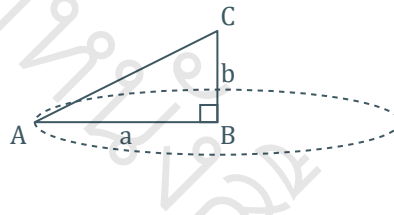
#

3. ตอบข้อ ก. 70 เซนติเมตร

ปริมาตรของทรงกรวย = $\frac{1}{3} \times$ พื้นที่ฐาน \times สูง



หมุนรอบแกน \overline{AB}



หมุนรอบแกน \overline{BC}

เมื่อหมุน $\triangle ABC$ รอบแกน \overline{AB} จะได้ทรงกรวยที่มีปริมาตร 8,800 ลูกบาศก์เซนติเมตร

จะได้ $8,800 = \frac{1}{3} \pi b^2 a$ ①

เมื่อหมุน $\triangle ABC$ รอบแกน \overline{BC} จะได้ทรงกรวยที่มีปริมาตร 9,240 ลูกบาศก์เซนติเมตร

จะได้ $9,240 = \frac{1}{3} \pi a^2 b$ ②

นำ ① \div ② ;
$$\frac{8,800}{9,240} = \frac{\frac{1}{3} \pi b^2 a}{\frac{1}{3} \pi a^2 b}$$

$$\frac{20}{21} = \frac{b}{a}$$

$$b = \frac{20a}{21} \text{③}$$

เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์เข้าโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา ชุดที่ 2

12. ตอบข้อ ง. 25

จากโจทย์ เมื่อ A วิ่งได้ 100 เมตร แสดงว่า B จะวิ่งได้ 80 เมตร และ C จะวิ่งได้ 60 เมตร

ถ้าให้ B วิ่งระยะ 100 เมตร

$$C \text{ จะวิ่งได้ระยะทาง } \frac{100 \times 60}{80} = 75 \text{ เมตร}$$

ดังนั้น C จะต้องอยู่ข้างหน้า B เป็นระยะทาง 25 เมตร จึงจะทำให้ B และ C เข้าเส้นชัยพร้อมกัน #

13. ตอบข้อ ก. 9 หน่วย

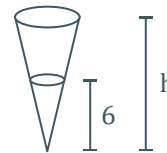
น้ำที่บรรจุอยู่ภายในมีรูปทรงที่คล้ายกับทรงกรวย สามารถหาอัตราส่วนของปริมาตรได้ ดังนี้

$$\left(\frac{6}{h}\right)^3 = \frac{72}{243}$$

$$\left(\frac{6}{h}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

$$\left(\frac{6}{h}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$h = 9$$



ดังนั้น แก้วใบนี้สูง 9 หน่วย

#

14. ตอบข้อ ข. $\sqrt{\cos 58^\circ}$

จากคุณสมบัติของโคไซน์ที่ว่า “ยิ่งมุมน้อยๆ จะมีค่าเข้าใกล้ 1 มาก”

$$\text{จะได้ } 1 > \cos 58^\circ > \cos 62^\circ$$

$$\text{และ } \sqrt{\cos 58^\circ} > \cos 58^\circ$$

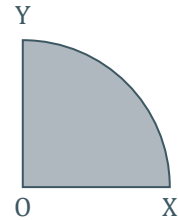
ดังนั้น $\sqrt{\cos 58^\circ}$ มีค่ามากที่สุด

#

18. ตอบข้อ ก. $\pi - \sqrt{3}$

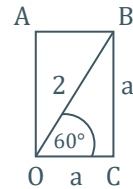
หาพื้นที่แรเงาได้จากการเอาพื้นที่ของ 1 ใน 4 ของวงกลม ลบด้วยพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABCO
พื้นที่ของ 1 ใน 4 ของวงกลม มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{4}\pi r^2 \\ &= \frac{1}{4}\pi(2)^2 \\ &= \pi \end{aligned}$$



พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABCO

$$\begin{aligned} A_2 &= ab \\ &= (2\sin 60^\circ)(2\cos 60^\circ) \\ &= \left(2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(2 \times \frac{1}{2}\right) \\ &= \sqrt{3} \end{aligned}$$



ดังนั้น พื้นที่ส่วนที่แรเงามีค่าเป็น $A_1 - A_2 = \pi - \sqrt{3}$ ตารางหน่วย

#

19. ตอบข้อ ข. 1,030

โจทย์กำหนด

$$x^2 - 10x - 1 = 0$$

$$x^2 - 1 = 10x$$

นำ x หารตลอด ($x \neq 0$) จะได้

$$x - \frac{1}{x} = 10 \quad \dots \textcircled{1}$$

ยกกำลัง 3 ทั้งสองข้าง จะได้

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 = (10)^3$$

$$x^3 - 3(x)^2\left(\frac{1}{x}\right) + 3(x)\left(\frac{1}{x}\right)^2 - \left(\frac{1}{x}\right)^3 = 1,000$$

$$x^3 - 3x + \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3} = 1,000$$

$$\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) - 3\left(x - \frac{1}{x}\right) = 1,000$$

ให้ $x = -2$; $5(-2)^2 + 9(-2) - 32 = 0 - B(-3)(-5) + 0$
 $-15B = -30$

$B = 2$

ให้ $x = 3$; $5(3)^2 + 9(3) - 32 = 0 - 0 + C(3 - 1)(3 + 2)$
 $45 + 27 - 32 = 0 - 0 + C(2)(5)$

$40 = 10C$

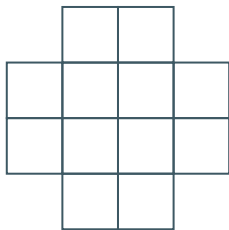
$C = 4$

ดังนั้น $AB + AC + BC = (3)(2) + (3)(4) + (2)(4) = 6 + 12 + 8 = 26$

#

22. ตอบข้อ ค. 51 รูป

จำนวนรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากขนาดต่างๆ ได้ดังนี้



ขนาด	จำนวน (รูป)
1 × 1	12
1 × 2	8
1 × 3	4
1 × 4	2
2 × 1	8
2 × 2	5
2 × 3	2
2 × 4	1
3 × 1	4
3 × 2	2
4 × 1	2
4 × 2	1
	รวม 51 รูป

ดังนั้น จำนวนรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากขนาดต่างๆ มีจำนวน 51 รูป

#

3 ฟุต = 1 หลา

1,760 หลา = 1 ไมล์

$$x = 66 \text{ ฟุตต่อวินาที}$$

$$x = 66 \times \frac{60 \times 60}{3 \times 1,760} \text{ ไมล์ต่อชั่วโมง}$$

$$x = 45 \text{ ไมล์ต่อชั่วโมง}$$

ดังนั้น ความเร็วของรถไฟขบวนที่สองเท่ากับ 45 ไมล์ต่อชั่วโมง

#

34. ตอบข้อ ก. 7 ปี

ปัจจุบันอายุของปลายฟ้าและสายฝนรวมกันได้ 26 ปี อีก 5 ปีข้างหน้า

สายฝนมีอายุเป็นสองเท่าของปลายฟ้า

สมมติให้ ปัจจุบัน สายฝนอายุ n ปี ปลายฟ้าอายุ $26 - n$ ปี

อีก 5 ปีข้างหน้า สายฝนอายุ $n + 5$ ปี และปลายฟ้าอายุ $(26 - n) + 5 = 31 - n$ ปี

อีก 5 ปีข้างหน้า สายฝนมีอายุเป็นสองเท่าของปลายฟ้า

เขียนเป็นสมการ $n + 5 = 2(31 - n)$

$$n + 5 = 62 - 2n$$

$$n + 2n = 62 - 5$$

$$3n = 57$$

$$n = 19$$

ดังนั้น ปัจจุบันสายฝนอายุ 19 ปี และปลายฟ้าอายุ $26 - 19 = 7$ ปี

#

35. ตอบข้อ ข. 20 ตารางหน่วย

สี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD ยาวด้านละ 10 หน่วย

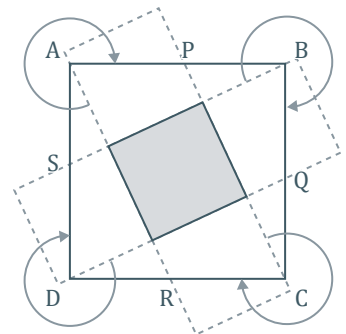
ใช้หลักการหมุน

จะเกิดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมด 5 รูป

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 5 รูปรวมกัน

มีพื้นที่ $10 \times 10 = 100$ ตารางหน่วย

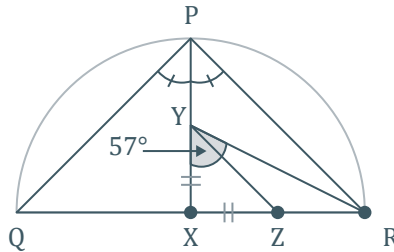
ดังนั้น พื้นที่ส่วนแรเงา $\frac{1}{5} \times 100 = 20$ ตารางหน่วย #



เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์เข้าโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา ชุดที่ 6

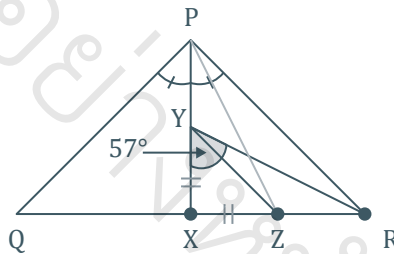
49. ตอบข้อ ก. 12

สามเหลี่ยม PQR เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ซึ่งมี \overline{PX} เป็นเส้นแบ่งครึ่งมุม



จาก $\overline{PX} = \overline{QX} = \overline{RX}$ ทำให้ $\widehat{QPR} = 90^\circ$ (จากทฤษฎีบททวงกลม มุมในครึ่งวงกลม)

ลาก \overline{ZP}



จาก

$$\overline{YX} = \overline{ZX}$$

$$\widehat{YXR} = \widehat{ZXP}$$

$$\overline{XR} = \overline{XP}$$

เมื่อ $\triangle YXR \cong \triangle ZXP$ แบบด้าน-มุม-ด้าน

$$\widehat{XZR} = \widehat{PZX} = 57^\circ$$

จาก $\triangle ZXP$ จะได้ $\widehat{ZXP} + \widehat{XPZ} + \widehat{PZX} = 180^\circ$

$$90^\circ + \widehat{XPZ} + 57^\circ = 180^\circ$$

$$\widehat{XPZ} = 180^\circ - 57^\circ - 90^\circ = 33^\circ$$

จาก \overline{PX} แบ่งครึ่ง \widehat{QPR} ทำให้ $\widehat{QPX} = \widehat{RPX} = 45^\circ$

จาก $\triangle XPR$

$$\widehat{ZPR} + \widehat{XPZ} = \widehat{RPX}$$

$$\widehat{ZPR} + 33^\circ = 45^\circ$$

ดังนั้น

$$\widehat{ZPR} = 45^\circ - 33^\circ = 12^\circ$$

#

